

平成31年度入学者選抜学力検査問題

前期日程

- 9時00分—10時30分 **地域デザイン科学部志願者**
コミュニティデザイン学科を志願し数学を選択した者
- 9時00分—11時00分 **地域デザイン科学部志願者**
建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科を志願した者
- 9時00分—10時30分 **教育学部志願者**
学校教育・特別支援教育系を志願し数学を選択した者
教科文系を志願し数学を選択した者
教科理系を志願した者
- 9時00分—11時00分 **工学部志願者**
基盤工学科を志願した者
- 9時00分—11時00分 **農学部志願者**
生物資源科学科，農業環境工学科，農業経済学科，
森林科学科を志願し数学を選択した者

数 学 (本文3ページ)

- [注意]
1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
 2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
 3. この問題冊子には，「6問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
 4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。所定の解答欄以外の場所に書かれた解答は採点しない。
 5. **地域デザイン科学部**「コミュニティデザイン学科」の志願者は，第1，2，3，4問の問題を，「建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科」の志願者は，第1，2，3，5，6問の問題を解答すること。
 6. **教育学部**志願者は，第1，2，3，4問の問題を解答すること。
 7. **工学部**志願者は，第1，2，3，5，6問の問題を解答すること。
 8. **農学部**志願者は，第1，2，3，4，5問の問題を解答すること。
 9. 計算用紙は別に配付しないので，問題冊子の余白を使うこと。

第 1 問 1 から 8 までの番号をつけた 8 枚のカードが袋の中に入っている。袋の中からカードを 1 枚取り出してもとに戻すという操作を 4 回繰り返し、1 回目、2 回目、3 回目、4 回目に取り出されたカードの番号をそれぞれ a, b, c, d とする。このとき、次の問いに答えよ。

問 1 積 $abcd$ が奇数となる確率 P_1 を求めよ。

問 2 $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4) \neq 0$ となる確率 P_2 を求めよ。

問 3 $a+b+c+d=7$ となる確率 P_3 を求めよ。

問 4 $(a-1)(b-2)+cd=0$ となる確率 P_4 を求めよ。

第 2 問 三角形 ABC において、辺 AB を 2:1 に内分する点を D、辺 BC を 1:2 に内分する点を E、辺 CA の中点を F とする。また、直線 AE と直線 DF の交点を P とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ 、辺 AB の長さを s 、辺 AC の長さを t 、角 BAC の大きさを θ とするとき、次の問いに答えよ。

問 1 \overrightarrow{AE} を \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

問 2 \overrightarrow{AP} を \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

問 3 線分 AP の長さを s, t, θ を用いて表せ。

問 4 点 P が三角形 ABC の外心（外接円の中心）であるとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

第 3 問 数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり、初項 $a_1 = 3$ 、第 10 項 $a_{10} = 57$ であるとする。このとき、次の問いに答えよ。

問 1 数列 $\{a_n\}$ の公差 d を求めよ。

問 2 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 10 項までの和 T を求めよ。

問 3 $f(x) = 2^x$ とし、 $b_k = f(a_k)$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) とするとき、 $\sum_{k=1}^n b_k$ を n の式で表せ。

問 4 $S_n = \sum_{k=1}^n (a_k)^2$ とするとき、 S_n を n の式で表せ。

問 5 問 4 で定めた S_n について、 $\frac{S_n}{n} \geq 1500$ となる最小の n を求めよ。

第 4 問 関数 $f(x) = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 - \left(x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ について、次の問いに答えよ。

問 1 方程式 $f(x) = 0$ を解け。

問 2 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求め、方程式 $f'(x) = 0$ を解け。

問 3 $f(x)$ の極値を求め、関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

問 4 区間 $t-1 \leq x \leq t$ でとる $f(x)$ の最大値は t の関数である。その関数を $F(t)$ とするとき、関数 $y = F(t)$ のグラフの概形をかけ。

第 5 問 関数 $f(x) = x + 2 \cos x$, および曲線 $C: y = f(x)$ について, 次の問いに答えよ。

問 1 曲線 $C_0: y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の概形をかけ。

問 2 曲線 C 上の点 $P(a, f(a))$ における接線 l の方程式を求めよ。ただし, $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

問 3 問 1 で定めた曲線 C_0 と問 2 で定めた接線 l , および 2 直線 $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形の面積 S を a を用いて表せ。

問 4 問 3 で定めた面積 S の最小値を求めよ。

第 6 問 次の問いに答えよ。

問 1 関数 $f(x) = \frac{1}{x \log x}$ ($x > 1$) は, 常に単調に減少することを示せ。

問 2 n を 2 以上の自然数とするとき, 定積分 $\int_n^{n+1} \frac{1}{x \log x} dx$ を求めよ。

問 3 問 1 と問 2 の結果を利用して

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n} = \infty$$

を証明せよ。