

令和6年度

宇都宮大学 共同教育学部 学校推薦型選抜 I (A) 試験問題

小論文

共同教育学部 学校教育教員養成課程 自然科学系 数学分野

令和5年11月25日（土）

9時00分 – 10時45分

[注意事項]

1. 開始の合図があるまで、次のページを開いてはいけません。
2. 「受験番号」は、解答用紙の受験番号欄（2箇所あります）に忘れずに記入してください。
3. 問題は「4問題」（本文2ページ）あります。印刷が不鮮明な箇所がある場合は、申し出てください。
4. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入してください。解答欄は、裏面にもあります。

第 1 問 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は、 $x = 1$ で極小値 -1 を、 $x = 2$ で極大値 0 をとる。次の問いに答えよ。ただし、 a, b, c, d は定数とする。

問 1 a, b, c, d の値を定めよ。

問 2 a, b, c, d は問 1 で定めた値とする。関数 $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

問 3 a, b, c, d は問 1 で定めた値とする。関数 $f(x)$ の導関数を $g(x)$ で表すとき、定積分 $\int_0^3 |g(x)| dx$ を求めよ。

第 2 問 三角形 ABC において、辺 BC の中点を D 、辺 AB を $2:1$ に内分する点を E 、 AD と CE の交点を F とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とおき、 \vec{p} 、 \vec{q} のなす角を θ とするとき、次の問いに答えよ。

問 1 \overrightarrow{AF} を \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表せ。

問 2 \overrightarrow{BF} 、 \overrightarrow{CF} を \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表せ。

問 3 F が三角形 ABC の外接円の中心であるとき、三角形 ABC は二等辺三角形になることを説明せよ。

問 4 F が三角形 ABC の外接円の中心であるとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。

第 3 問 400 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の要素のうち、8 で割ったときの余りが 1 である自然数の集合を A 、平方数でない自然数の集合を B とする。ここで、平方数とは、 $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, \dots のように、自然数の 2 乗として表される自然数のことである。次の問いに答えよ。

問 1 集合 A に属する全ての自然数の和 s を求めよ。

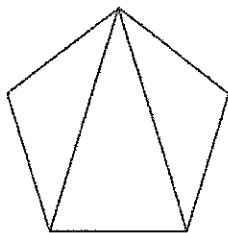
問 2 集合 B に属する全ての自然数の和 t を求めよ。

問 3 奇数 n に対して、 n^2 を 8 で割ったときの余りは 1 であることを証明せよ。

問 4 和集合 $A \cup B$ に属する全ての自然数の和 u を求めよ。

第 4 問 次の問いに答えよ。

問 1 多角形の内角の和について考える。例えば、五角形では、下の図のように 3 つの三角形に分割できるので、五角形の内角の和は $180^\circ \times 3$ の式で求められる。



五角形の内角の和が 540° になることは、3 つの三角形に分ける場合だけでなく、次の場合でも説明することができる：

(1) 4 つの三角形に分ける場合

(2) 5 つの三角形に分ける場合

(1) と (2) の分け方を図に示し、それぞれの場合で五角形の内角の和が 540° になることを説明せよ。

問 2 数学の問題解決において、解決された問題やその解決過程を振り返ることの意義について、あなたの経験を踏まえて 600 字以内で述べよ。