

令和4年度

宇都宮大学 共同教育学部 学校推薦型選抜Ⅰ(A) 試験問題

小論文

共同教育学部 学校教育教員養成課程 自然科学系 数学分野

令和3年11月18日(木)

9時00分 - 10時45分

[注意事項]

1. 開始の合図があるまで、次のページを開いてはいけません。
2. 「受験番号」は、解答用紙の受験番号欄（2箇所あります）に忘れずに記入してください。
3. 問題は「4問題」（本文2ページ）あります。印刷が不鮮明な箇所がある場合は、申し出てください。
4. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入してください。解答欄は、裏面にもあります。

第 1 問 3次関数 $f(x) = x^3 + (a^2 - 2a - 8)x + 2a^3 - 9a^2 + 15$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。

問 1 方程式 $f'(x) = 0$ が実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

問 2 定数 a の値は、問 1 で求めた範囲にあるとする。 $f'(x) = 0$ の実数解を α, β とする（重解の場合は $\alpha = \beta$ とする）。このとき、和 $f(\alpha) + f(\beta)$ を a の式で表せ。

問 3 問 2 で求めた和を $g(a)$ で表す。 $g(a)$ の増減を調べることにより、 $g(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

第 2 問 平面上の三角形 OAB において、辺 AB の中点を M、点 A から直線 OB に下した垂線の交点を H とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問に答えよ。

問 1 \overrightarrow{OM} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

問 2 次の式を満たす平面上の点 P はどのような図形をえがくか調べよ。

$$2\overrightarrow{OP} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) + |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0$$

問 3 \overrightarrow{OH} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

問 4 直線 OB に関して、点 A と対称な点を C とするとき、 \overrightarrow{OC} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

第 3 問 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 4, a_2 = 9$ であるような等差数列とし, 数列 $\{b_n\}$ を $b_1 = 3, b_2 = 12$ であるような等比数列とする。このとき, 次の問いに答えよ。

問 1 n を自然数とするととき, 和 $S_n = a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1}$ を求めよ。

問 2 n を自然数とするととき, 和 $T_n = b_1 + b_3 + b_5 + \cdots + b_{2n-1}$ を求めよ。

問 3 n を自然数とするととき, b_{2n-1} を 5 で割ったときの余りが 3 であることを, 数学的帰納法によって証明せよ。

問 4 数列 $\{a_n\}$ および数列 $\{b_n\}$ の両方に共通して現れる数があるかどうかを調べよ。

第 4 問 次の問いに答えよ。

問 1

この部分は、著作権の都合上、公開できません。

出典：島田 茂 編著 (1995) , 『新訂 算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, 東洋館出版社

問 2 正答がいく通りにも可能になるような問題を「オープンエンドな問題」と呼ぶ。算数・数学の授業において、「オープンエンドな問題」を扱うよさを 400 字以内で述べよ。