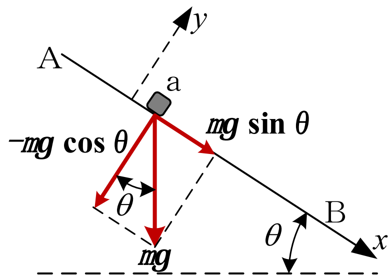
令和４年度　前期日程「物理」

第１問

問１　小物体ａにはたらく重力の大きさはmgであるので，重力のx成分，y成分の大きさはそれぞれ図のように示すことができる．座標軸の向きに符号を合わせると，



ｘ：$mg\sin\theta$〔N〕，ｙ：$-mg\cos\theta$〔N〕　となる．

問２　仕事W〔Ｊ〕or〔N･m〕＝作用力〔N〕×変位〔m〕で表される．

また，作用力F〔N〕＝質量〔kg〕×加速度〔m/s^2〕である．

したがって，F〔N〕＝mg〔N〕

仕事W〔Ｊ〕＝F〔N〕×h〔m〕＝mgh〔Ｊ〕(＝位置エネルギー)

問３　エネルギー保存則に従う．ＡＢ間，ＢＣ間では斜面等との摩擦および空気の抵抗は無視できるので，小物体ａで静止時に有した位置エネルギーは損失なしで点Ｃにて有する運動エネルギーにすべて変換される．

問２から，小物体ａが点Ａにおける位置エネルギーはmgh〔N･m〕であり，点Ｃにおける速度をｖ〔m/s〕とすると，その運動エネルギーは$\frac{1}{2}mv^2$となる．エネルギー保存則から，$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$となり、vについて解くと，ｖ＝$\sqrt{2gh}$〔m/s〕となる。

問４　小物体ａおよびｂの衝突前後の速度をそれぞれv_a、v_b、v_a'、v_b'とする。

小物体ａとｂの衝突前の速度は問3よりそれぞれ　$v_a=\sqrt{2gh}$〔m/s〕，$v_b=0$

小物体ａとｂは弾性衝突をするので，反発係数ｅ＝1となり，

$$e=-\frac{v_a'-v_b'}{v_a-v_b}=1\ [1点] \qquad -v_a'+v_b'=\sqrt{2gh} \qquad v_b'=\sqrt{2gh}+v_a' \qquad ①$$

また，運動量保存則から，$mv_a+2mv_b=mv_a'+2mv_b'$　〔bの質量は2m〕

$$v_a+2v_b=v_a'+2v_b' \qquad \sqrt{2gh}=v_a'+2v_b' \qquad ②$$

①②より，$\sqrt{2gh}=v_a'+2\left(\sqrt{2gh}+v_a'\right)$　　$3v_a'=\sqrt{2gh}-2\sqrt{2gh}=-\sqrt{2gh}$

$$v_a'=-\frac{\sqrt{2gh}}{3}\ 〔m/s〕 \qquad v_b'=\sqrt{2gh}+\left(-\frac{\sqrt{2gh}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{2gh}}{3}\ 〔m/s〕$$

第２問

問１

容器内の気体の圧力を p_1 として，

力のつり合い：$mg + p_0 S = p_1 S$

状態方程式：$p_1 S h_0 = nRT_0$

p_1 を消去して

$$T_0 = \frac{(mg + p_0 S)h_0}{nR}$$

問２

容器内の気体の圧力と温度をそれぞれ p_2，T’ とすると，

力のつり合い：$2mg + p_0 S = p_2 S$　　…(1)

状態方程式：$p_2 S h_1 = nRT'$　　…(2)

また、断熱過程において，$TV^{\gamma-1} =$ 一定が成立し，単原子分子では γ =5/3 であるから，

$$T_0 (Sh_0)^{\frac{5}{3}-1} = T'(Sh_1)^{\frac{5}{3}-1}$$　　…(3)

3 式から，p_2，T’ を消去して h_1 を求める。

(1) 式と (2)式から

$$T' = \frac{(2mg + p_0 S)h_1}{nR}$$

(3)式に問１の T_0 と T’ を代入して

$$\left(\frac{h_1}{h_0}\right)^{\frac{5}{3}-1} = \frac{T_0}{T'} = \frac{mg + p_0 S}{2mg + p_0 S}\frac{h_0}{h_1}$$

$$h_1 = \left(\frac{mg + p_0 S}{2mg + p_0 S}\right)^{3/5} h_0$$

問３

容器内の気体の圧力を p_3 とする。

力のつり合い：$2mg + p_0 S = p_3 S$　　…(1)

状態方程式：$p_3Sh_0 = nRT_1$　　　　　　$\cdots(2)$

p_3を消去して

$$T_1 = \frac{(2mg + p_0S)h_0}{nR}$$

問 4

中ぶたの底面が容器の床面より高さ $3h_0/2$ の位置にあった時，容器内の気体の温度 T_2，圧力を p_4 とすると，

力のつり合い：$2mg + p_0S = p_4S$　　　$\cdots(1)$

状態方程式：$p_4S3h_0/2 = nRT_2$　　　$\cdots(2)$

p_4を消去して

$$T_2 = \frac{3(2mg + p_0S)h_0}{2nR}$$

中ぶたの底面が容器の床面より高さ h_0 から $3h_0/2$ の位置まで上昇する過程で，容器内の気体の圧力は $p_3=p_4$ であり，定圧過程である。

定圧モル比熱の定義から求める熱量 Q は

$$Q = nC_p\Delta T$$

単原子分子では Cp=5/2R なので，

$$\mathrm{Q} = n\frac{5}{2}R\Delta T = n\frac{5}{2}R(T_2 - T_1)$$

$$= n\frac{5}{2}R\left(\frac{3\left(2mg + p_0S\right)h_0}{2nR} - \frac{\left(2mg + p_0S\right)h_0}{nR}\right)$$

$$= n\frac{5}{2}R\left(\frac{\left(2mg + p_0S\right)h_0}{2nR}\right) = \frac{5}{4}\left(2mg + p_0S\right)h_0$$

第 3 問

問 1

$\Delta x + L_1 = \frac{1}{4}\lambda$，$\Delta x + L_2 = \frac{3}{4}\lambda$より

$$\boldsymbol{\lambda = 2(L_2 - L_1)}$$

問 2

$\Delta x + L_1 = \frac{1}{4}\lambda$より

$$\Delta x = \frac{1}{4}\lambda - L_1 = \frac{2(L_2 - L_1)}{4} - L_1 = \boldsymbol{\frac{L_2 - 3L_1}{2}}$$

問 3

$$V = f\lambda = f \times 2(L_2 - L_1) = \boldsymbol{2f(L_2 - L_1)}$$

問 4

音速一定で振動数を上げていくと波長λが小さくなる。

題意の高次の共鳴が生じたときの波長λ‘は$\Delta x + L_2 = \frac{3}{4}\lambda = \frac{5}{4}\lambda'$ より$\lambda' = \frac{3}{5}\lambda$

$$\boldsymbol{f_1 = \frac{5}{3}f}$$

問 5

問 4 と同じ共鳴状態　→　波長は同じ　→　周波数と音速の変化割合が対応

20℃の時の音速は $V = 331.5 + 0.6 \times 20 = 343.5$

10℃の時の音速は $V' = 331.5 + 0.6 \times 10 = 337.5$

したがって

$$\frac{337.5}{343.5} = 0.982 \cdots \cong \mathbf{98}\%$$

第４問

問 1 平行板コンデンサーは誘電率$\varepsilon_0\varepsilon_r$と電極の面積に比例し，電極間の距離に反比例するので，電気容量 C_1 は次式となる

$$C_1 = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2}{3d}$$

問2 中間に正方形金属板が配置されることで，距離 d の平行板コンデンサー2 つの直列接続とみなせるので，電気容量 C_2 は次式となる。

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{\frac{4\varepsilon_0 a^2}{d}} + \frac{1}{\frac{4\varepsilon_0 a^2}{d}} = \frac{2}{\frac{4\varepsilon_0 a^2}{d}}$$

$$C_2 = \frac{2\varepsilon_0 a^2}{d}$$

一方，中央に正方形金属板がないときの電気容量 C_2’は次式となる。

$$C_2' = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}$$

したがって，電気容量は **2 倍**異なる。

問3 コンデンサー1, 2 の並列接続とみなせるので，合成容量 C は次式で求まる。

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\pi a^2}{3d} + \frac{2\varepsilon_0 a^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 a^2(\pi\varepsilon_r + 6)}{3d}$$

問4 電気容量 C_1 のコンデンサー1 の極板間の電位差が E となる。このとき，蓄えられた静電エネルギーU は次式で求まる。

$$U = \frac{1}{2}\mathrm{C}_1 E^2 = \frac{1}{2}\frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2}{3d}E^2 = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2 E^2}{6d}$$

問5 問 4 と問 5 の状態における全体の電気量は同じである。各極板間の電位差 V とすると次式となる。

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 E = C_1 V + C_2 V = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2}{3d}E = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2}{3d}V + \frac{2\varepsilon_0 a^2}{d}V$$

$$V = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2} = \frac{\pi\varepsilon_r E}{(\pi\varepsilon_r + 6)}$$

したがって，電気量 Q_1, Q_2 は次式で求められる。

$$Q_1 = C_1 V = \frac{C_1 C_1 E}{C_1 + C_2} = \frac{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r^2 a^2 E}{3d(\pi\varepsilon_r + 6)}$$

$$Q_2 = C_2 V = \frac{C_1 C_2 E}{C_1 + C_2} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r a^2 E}{d(\pi\varepsilon_r + 6)}$$

第５問

問１

ローレンツ力

(a)紙面の裏から表に向かう向き

問２

イオンの速度をvとすると、磁場から受ける力は、$F = qvB$（一定）で、向きはvおよびBに垂直である.したがってFはイオンに対して仕事をしないため、運動エネルギーは不変。よって速さは一定。

問３

$$qr\omega B = mr\omega^2$$

より

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

よって、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

問４

A を一度通ると、イオンの運動エネルギーはqVだけ増加する．したがって、$E = NqV$

問５

$$NqV = \frac{mv^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} = \frac{R^2q^2B^2}{2m}$$

より、

$$R = \sqrt{\frac{2NmV}{qB^2}}$$