

令和3年度

宇都宮大学 共同教育学部 学校推薦型選抜 I (A) 試験問題

小論文

共同教育学部 学校教育教員養成課程 自然科学系 数学分野

令和2年11月18日(水)

9時00分 - 10時45分

[注意]

1. 開始の合図があるまで、次のページを開いてはいけません。
2. 「受験番号」は、解答用紙の受験番号欄(2箇所あります)に忘れずに記入してください。
3. 問題は「4問題」(本文2ページ)あります。印刷が不鮮明な箇所がある場合は、申し出てください。
4. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入してください。解答欄は、裏面にもあります。

第 1 問 関数 $f(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2) dt$ について、次の問いに答えよ。

問 1 $f(1)$, $f(-2)$ を求めよ。

問 2 関数 $y = f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフの概形をかけ。

問 3 方程式 $f(x) - a = 0$ の異なる実数解の個数は、定数 a の値によってどのように変わるか調べよ。

問 4 方程式 $f(x) - a = 0$ の異なる実数解が 2 個であるとき、その解を求めよ。

第 2 問 座標空間内の四面体 OABC は、点 O の座標が $(0, 0, 0)$ 、点 A の座標が $(3, 0, 1)$ 、点 B の座標が $(1, 2, 1)$ で、辺 OC の長さが $5\sqrt{2}$ である。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ に対し、内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値が 7、内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値が 5 であるとき、次の問いに答えよ。

問 1 辺 OA の長さ、辺 OB の長さ、および、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を調べよ。

問 2 三角形 OAB の面積 S を調べよ。

問 3 辺 AB の中点を M とするとき、 $\vec{a} \perp \overrightarrow{CM}$ 、および、 $\vec{b} \perp \overrightarrow{CM}$ を示せ。

問 4 四面体 OABC の体積 V を調べよ。

第3問 次の n 個の数列について考えるとき、以下の問いに答えよ。

- 第1数列 : 2
 第2数列 : 4 , 8
 第3数列 : 8 , 16 , 24
 第4数列 : 16 , 32 , 48 , 64
 ⋮
 第 n 数列 : 2^n , $2 \cdot 2^n$, $3 \cdot 2^n$, $4 \cdot 2^n$, \dots , $n \cdot 2^n$

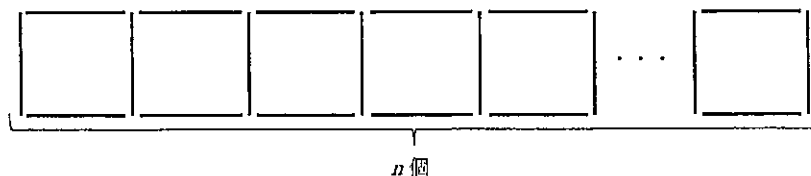
ここで、 k を n 以下の自然数とするとき、第 k 数列は、初項が 2^k 、公差が 2^k 、項数が k の等差数列である。

- 問1 k を n 以下の自然数とする。第 k 数列に現れる k 個の項の総和を調べ、 k の式で表せ。
- 問2 各数列の初項として現れる n 個の項の総和を調べ、 n の式で表せ。
- 問3 各数列の末項として現れる n 個の項の総和を調べ、 n の式で表せ。
- 問4 m を n 以下の自然数とする。各数列の第 m 項として現れる $n - m + 1$ 個の項の総和を調べ、 m と n の式で表せ。
- 問5 第1数列から第 n 数列に現れる全ての項の総和を求めることにより、次の等式が成り立つことを説明せよ。

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) \cdot 2^{k-1} = (n^2 - n + 2) \cdot 2^n - 2$$

第4問 次の問いに答えよ。

問1 下の図のように、棒が正方形に並んでいるとする。



このとき、正方形を n 個つくるのに必要な棒の本数を求めたい。その求め方を、文字 n を用いて2通りの式で表し、説明せよ。

問2 文字を用いた式のよさを400字以内で述べよ。