

平成 30 年度

宇都宮大学工学部第 3 年次編入学

基礎科目試験問題

「数 学」

〔試験日〕 平成 29 年 7 月 4 日 (火)

〔試験時間〕 情報工学科

10 : 10 ~ 12 : 10 (数学・物理)

機械システム工学科

10 : 10 ~ 11 : 10 (数学)

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は、解答用紙及び下書き用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. 試験問題は第 1 問から第 4 問までである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には、申し出ること。
4. 指示通りの問題を解答していない場合は採点できないことがあるので、十分注意すること。
5. 問題について、質問がある場合には、その場で質問すること。
6. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。
7. 問題用紙は持ち帰ること。解答用紙及び下書き用紙は回収する。
8. 体の具合が悪くなった場合、用便などの場合は、手をあげて監督者に申し出ること。

科目名	数学	検査学科	機械システム工学科・情報工学科
-----	----	------	-----------------

第1問 次の対称行列 A について下の問いに答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

問1 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

問2 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 に対する固有ベクトルを求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

問3 行列 A を適当な直交行列で対角化せよ。なお、計算過程も記入せよ。

第2問 次で定義される写像 $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ について下の問いに答えよ。

$$f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3x \\ -y \\ x+y \end{bmatrix}$$

問1 写像 f が線形写像であることを示せ。

問2 $\mathbf{R}^2, \mathbf{R}^3$ の基底をそれぞれ次で定義する。

$$\mathbf{R}^2 = \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}, \quad \mathbf{R}^3 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

このとき、これらの基底に対する f の表現行列を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

科目名	数学	検査学科	機械システム工学科・情報工学科
-----	----	------	-----------------

第3問 2つの曲線 $y = \sin 2x$, $y = \cos x$ を $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で考える。下の問いに答えよ。

問1 2つの曲線の交点の x 座標を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

問2 2つの曲線で囲まれた領域 A を図示せよ。

問3 領域 A を x 軸のまわりに1回転して得られる立体の体積を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

第4問 微分方程式

$$(x^2 - 1) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - (x + 1) \frac{dy(x)}{dx} + y(x) = 0 \quad (4-1)$$

について下の問いに答えよ。ただし、 $x \neq \pm 1$ とする。

問1 $y(x) = x + a$ が微分方程式 (4-1) の特殊解になるように、定数 a の値を定めよ。なお、計算過程も記入せよ。

問2 問1で求めた a の値を用いて、 $y(x) = (x + a)u(x)$ とおく。関数 $u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。

問3 微分方程式 (4-1) の一般解を求めよ。なお、計算過程も記入せよ。