令和２年（2020年）10月入学／令和３年（2021年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

１．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。

２．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。

３．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。

４．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。

５．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和2年（2020年）10月入学／令和3年（2021年）4月入学（第1期）

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科修士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　幾何光学

1

図1のように，屈折率が 1.0 の媒質中に，屈折率が n の三角プリズムがある．以下の問いに答えよ．ただし，図1は点Aからの光線は $n = 1.0$ の場合を示しているものとする．また，点Aからの光線は，底面に達するものとする．

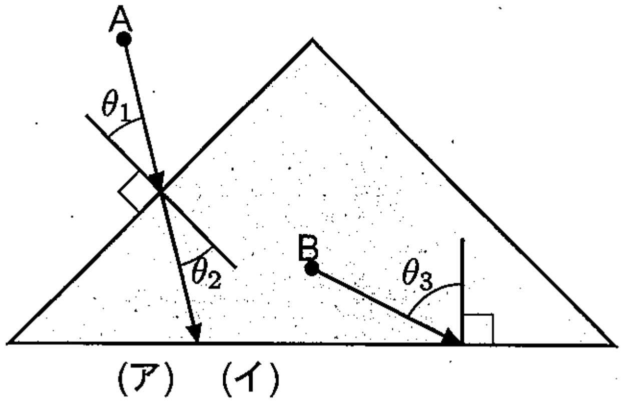


図1　三角プリズム

(1) 光線が点 A から入射角 θ_1 でプリズム外部から入射するとき，角度 θ_2 を，θ_1 と n を使って表せ．

(2) $n > 1.0$，$0° < \theta_1 < 90°$ のとき，透過光線は(ア)と(イ)のどちら側に現れるか答えよ．

(3) 波長が短いほど屈折率が高いとき，白色光を点 A から入射したとき，(ア)から(イ)に向かって，赤，緑，青，黄，紫の光が現れる順番を書け．

(4) p 偏光または s 偏光を点 A から入射したとき，透過率が高いのはどちらの偏光であるか答えよ．

(5) プリズム中で光線が点 B を通過するようにプリズムに光線を入射したとする．プリズムの屈折率が $n = 2.0$ であるとき，θ_3 が何度(°)以上のとき底面で全反射が起こるか答えよ．

(6) (5)で求めた角度を何というか答えよ．

令和２年（2020年）10月入学／令和３年（2021年）４月入学（第１期）

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科修士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　幾何光学

2

図２のように，曲率半径 R_1，R_2 の薄肉のレンズがある．光線は左から右に進むとし，曲率半径の符号は，曲率中心が界面に対して右方向にあるとき正，左方向にあるとき負であるとする．レンズの屈折率を $n = 1.5$ としたとき，焦点距離 f は，

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

で表せるものとする．以下の問いに答えよ．

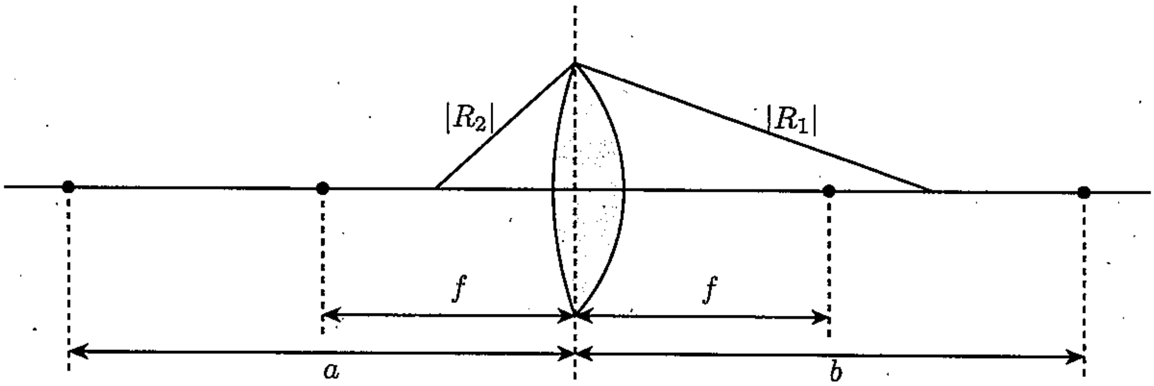


図２　薄肉レンズ

(1) $R_1 = 100$ mm，$R_2 = -100$ mm のとき，焦点距離 f を求めよ．

(2) $R_1 = 100$ mm で，焦点距離を $f = 200$ mm とするための R_2 を求めよ．

(3) $f = 200$ mm のとき，レンズ前方の距離 a にある像は，レンズ後方の距離 b で実像を結ぶ．$a = 1000$ mm のとき，b を求めよ．

(4) (3)のとき，距離 b にできる実像の倍率を求めよ．

(5) レンズ前方の距離 $a = 100$ mm にある像が，レンズ前方に虚像を作る条件を R_1，R_2 を用いて書け．

(6) 焦点距離が負になるための条件を R_1，R_2 を用いて書け．

(7) $f = -250$ mm，$a = 1000$ mm，$|R_1| = |R_2|$ のとき，どの位置に実像を結ぶか図示せよ．ただし，レンズの表面裏面が凸面か凹面かにも注意を払って図示すること．

令和２年（2020年）10月入学／令和３年（2021年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和２年（2020 年）10 月入学／令和３年（2021 年）４月入学（第１期）

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　波動光学

1

図１に示すように y 軸方向には無限に長いと考えてよい幅 d のスリットに波長λの平面波が z 軸方向に入射するときのフラウンホーファー回折を考える．スリットから十分離れた距離 r にある観測面で x 軸上の点 P における光の振幅 $u(x)$ が

$$u(x) = A\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \exp\left(-i\frac{2\pi x}{\lambda r}\xi\right) d\xi$$

で表されるものとするとき，以下の問いに答えよ．

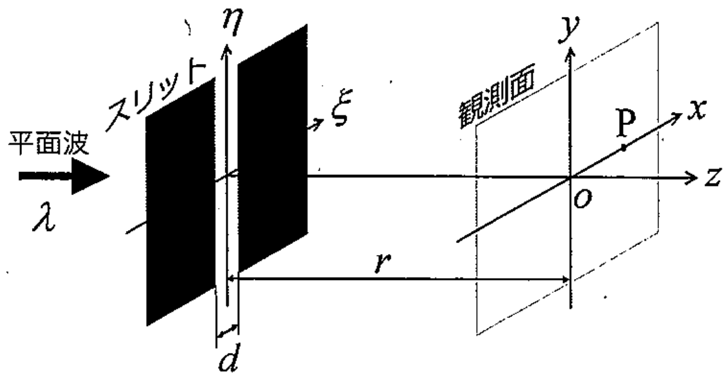


図 1

(1) x 軸上で光強度が最大となる位置の x 座標の値を答えよ．

(2) 点 P における光強度 $I(x)$ を sin 関数を使って表せ．

(3) 観測面において，原点から x 軸上を正の方向に光強度を調べるとき，光強度が最初に 0 となる位置の x 軸座標を求めよ．

（次のページに続く）

1 （続き）

次に，スリットをダブルスリットに交換した場合のフラウンホーファー回折を考える．図２に示すように中心間距離が $2a$ だけ離れた幅 d のスリットを設置して，これまでと同じ平面波を入射させてダブルスリットから十分離れた距離 r にある観測面で光強度を観測する．ただし，$2a > d$ とする．

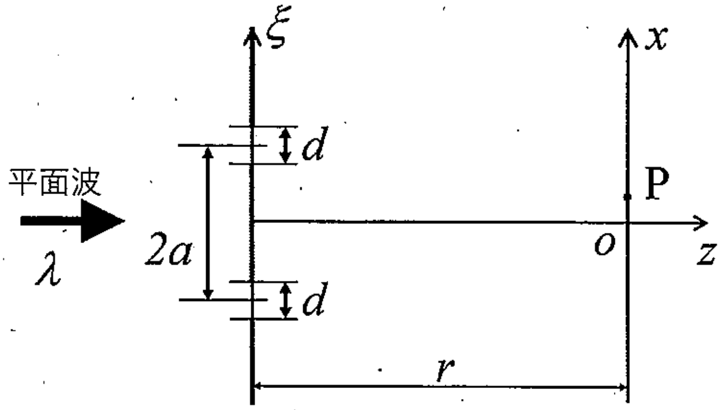


図２

(4) x 軸上で光強度が最大となる位置の x 座標の値を答えよ．

(5) スリットの間隔がスリットの幅に比べて大きいとき，観測面の中央部分に等間隔の縞模様が観察される理由を答えよ．

(6) 点 P における光の振幅 $u(x)$ を次のような積分の和で表すとき，□に入る共通の文字を答えよ．

$$u(x) = A\int_{-\square-\frac{d}{2}}^{-\square+\frac{d}{2}} \exp\left(-i\frac{2\pi x}{\lambda r}\xi\right)d\xi + A\int_{\square-\frac{d}{2}}^{\square+\frac{d}{2}} \exp\left(-i\frac{2\pi x}{\lambda r}\xi\right)d\xi$$

(7) 点 P における光強度 $I(x)$ を cos 関数および sin 関数を使って表せ．

(8) スリットの幅が極めて狭いとき，すなわち

$$\left|\frac{\pi d x}{\lambda r}\right| \ll 1$$

と扱えるとき，光強度が 0 となる位置の間隔を答えよ．

(9) $a = d$ のとき，$-\frac{\lambda r}{d} \leq x \leq \frac{\lambda r}{d}$ の範囲における光強度分布について，強度が 0 となる位置に注意して，$I(x)$のグラフを解答用紙の指定欄に描け．

令和２年（2020 年）10 月入学／令和３年（2021 年）４月入学（第１期）

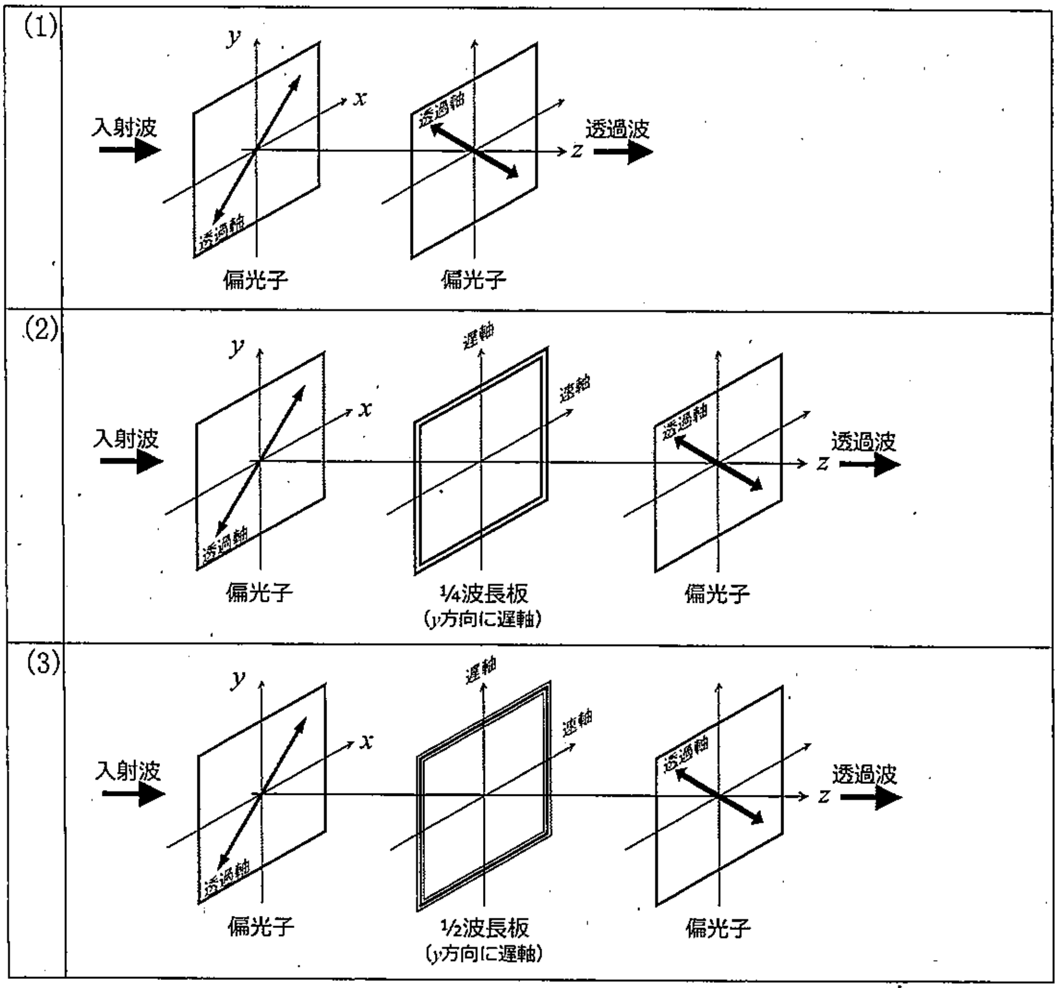
宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　　波動光学

2

偏光子と波長板を組み合わせた光学系を透過した光強度について考える．以下の配置において，透過光の強度が入射光の強度と等しいときには○を，透過光の光強度が０になるときには×を，透過光の光強度が入射光の光強度よりも小さくなるが正の値を持つときには△を答えよ．

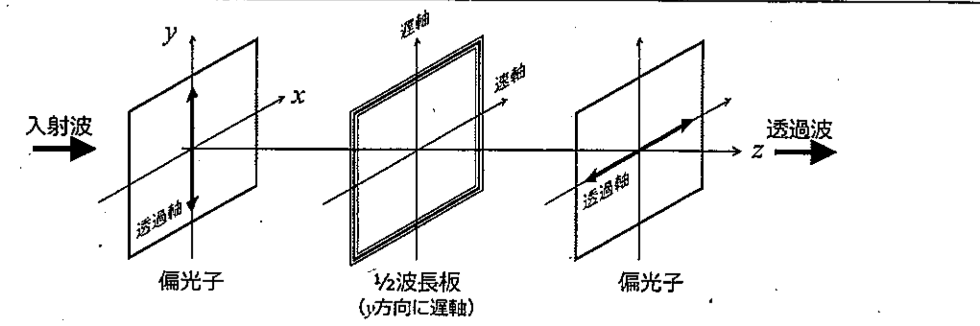
ただし，各素子は理想的な特性を有するものとする．すなわち，偏光子において透過軸方向の透過率は１，透過軸に直交する方向の透過率は０であり，複屈折はないとする．また，1/2 波長板および 1/4 波長板は，入射波の遅軸方向の振動に対して，それぞれ，πおよび$\pi/2$の位相で遅れを生じる．各波長板の透過率を１とする．



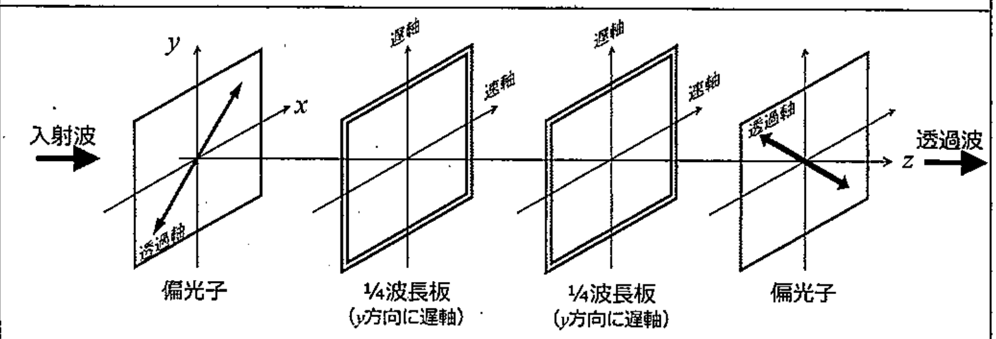
（次のページに続く）

2（続き）

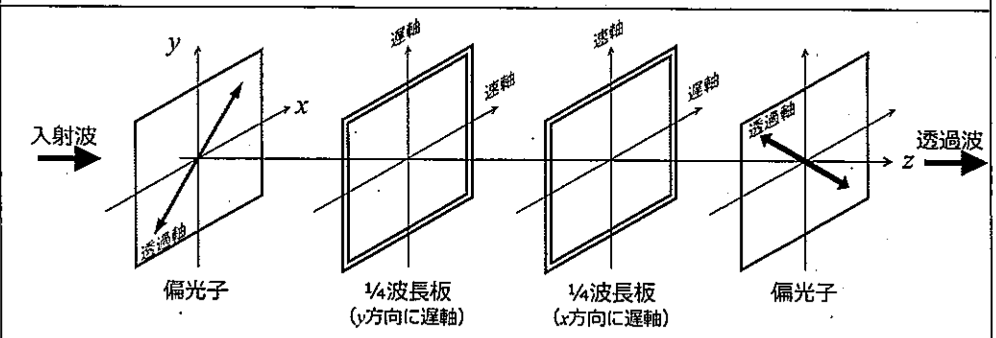
(4)


入射波
y
x
z
透過軸
遅軸
速軸
透過軸
透過波
偏光子
½波長板
(y方向に遅軸)
偏光子

(5)


入射波
y
x
z
透過軸
遅軸
速軸
遅軸
速軸
透過軸
透過波
偏光子
¼波長板
(y方向に遅軸)
¼波長板
(y方向に遅軸)
偏光子

(6)


入射波
y
x
z
透過軸
遅軸
速軸
速軸
遅軸
透過軸
透過波
偏光子
¼波長板
(y方向に遅軸)
¼波長板
(x方向に遅軸)
偏光子

令和２年（2020 年）10 月入学／令和３年（2021 年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「物理光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

1

以下の光と物質の相互作用に関して，正しい記述の場合は○を，間違っている記述の場合は，正しい文章に修正せよ．

（１）図１のようなネマチック液晶を挟んで２枚の偏光板を90度回転（クロスニコル配置）する表示素子を考える．上下方向に電圧を印加すると，液晶分子が電界に平行して配向し，光が透過してON状態となる．

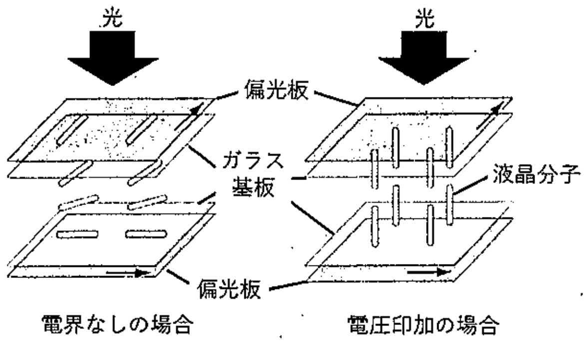


図１

（２）金属に光を当てると，電子が飛び出す現象がある．これを光電効果と呼び，光電子の放出は，物質に一定の強度以上の光を照射した場合にのみ発生する．

（３）植物の葉は緑色を呈している．これにより，補色である赤色光を効率よく吸収し，太陽光の中で最も長い時間地球上に降り注いでいる赤色光を取り込むことが可能となっている．

（４）ある有機物質の赤外吸収スペクトルを測定すると，C-H結合やC-F結合の伸縮振動に起因する吸収ピークが発現した．C-H結合とC-F結合の伸縮振動による基本波吸収ピーク波長を比較すると，C-H結合のピーク波長の方が長波長側にあった．

（５）光学顕微鏡を用いることにより，約100 [nm]サイズの新型コロナウイルス（COVID-19）の形状を観察することができる．

令和２年（2020年）10月入学／令和３年（2021年）４月入学（第１期）

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科修士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　　　物理光学

2

以下の問いについて，計算を行い，答えを導出せよ．途中の計算過程や説明も記述すること．

（１）図２のように，媒質１（屈折率 n_1）から媒質２（屈折率 n_2）に波長λ=1300 [nm]の光が垂直入射する場合を考える．このときの強度透過率 Tは，以下の①式で与えられる．

$$T = \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} \qquad ①$$

媒質１が空気（n_1=1.0），媒質２がシリコン（n_2=3.5）の場合，強度反射率 R の値を求めよ．ただし，媒質の吸収損失は無視でき，エネルギー保存が成立するものとする．

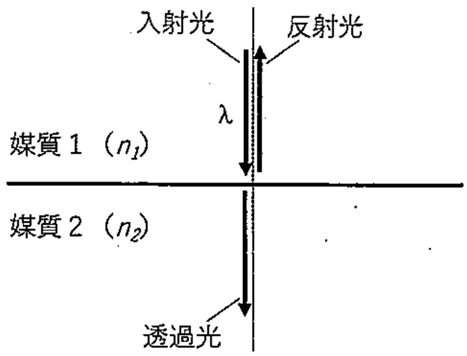


図２

（２）図３のように，断面積 S=1 [mm²]，長さ L=1 [mm]の立方体の誘電体中に電気双極子が 1x10[15] 個誘起されている．誘電体の電気分極 Pは，単位体積当たりの双極子モーメントμと定義づけられることから，電気分極 Pを求めよ．ただし，電気双極子は，電荷量 Q=1.6x10^{-19} [C]の正電荷，および $-Q$= -1.6x10^{-19} [C]の。負電荷が，距離 d =1.0x10^{-11} [m]離れて形成されているものとする．

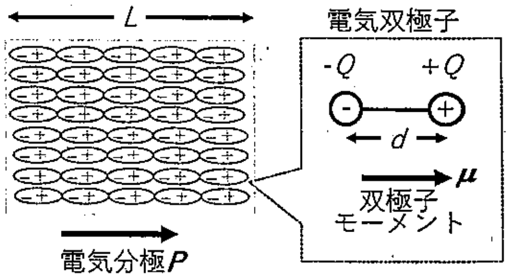


図３

（３）光ファイバーに用いられている石英ガラスの波長λ=1550 [nm]における吸収損失値は，A=0.16 [dB/km]である．この波長の光が，石英ガラス中を L=1 [km]伝送したときに，光強度は何％減衰するか，答えよ．
ただし，$10^{0.16}$=1.45，$10^{0.016}$=1.04，$10^{-0.16}$=0.69，$10^{-0.016}$=0.96 を用いて計算しなさい．

（４）図４のような透過型回折格子（格子定数 d）に，波長λの光が入射角θ_1で入射する．格子Ａで回折してθ_2方向に進む光と，隣の格子Ｂで同方向に回折する光の光路差が波長λの整数m倍で強め合う条件から，回折角θ_2を求めることができる．θ_1とθ_2の関係式を導出せよ．ただし，回折次数を m（$m=0,\pm1,\pm2\cdots$）とする．

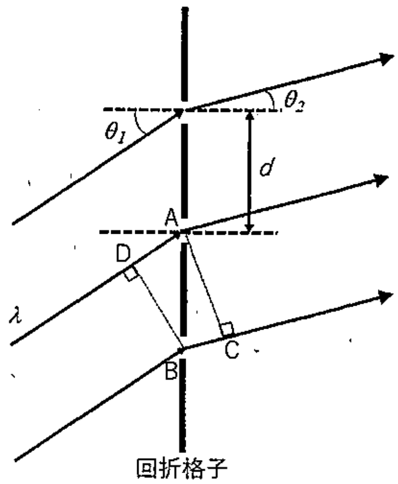


図４

（５）長さ L=1.0 [cm]のセル中に吸収媒質が充填されている．入射光強度 I_{in}=1.0 [mW]の光が媒質中を伝搬したとき，出射光強度が I_{out}=0.37 [mW]となった．

入射光強度 I_{in} と出射光強度 I_{out} の関係が，②式で関係づけられるとき，吸収媒質の吸収係数 α を[cm^{-1}]の単位で求めよ．ただし，ネイピア数（自然対数の底）を e =2.7 とする．また，セルの入出力境界面での反射はないものとする．

$$I_{out} = I_{in}\exp(-\alpha L) \qquad ②$$

令和２年10月入学／令和３年４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
教育研究分野「感性情報学」「知覚情報処理」選択専門科目問題冊子

【専門科目】

線形代数	１ページ
微積分学	２ページ
離散数学	３ページ
計算機システム	４～６ページ
データ構造とアルゴリズム	７～１０ページ

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

１．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。

２．光工学プログラム教育研究分野「感性情報学」「知覚情報処理」では，必須とする専門科目（幾何光学）と選択専門科目１科目を課します。

３．選択専門科目は問題冊子を見てから「線形代数，微積分学，離散数学，計算機システム，データ構造とアルゴリズム」のうち１科目を選択し，解答して下さい。

４．答案のそれぞれに受験番号を記入するとともに，選択した専門科目名に１つに○をつけてください。

５．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。

６．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和２年10月入学／令和３年４月入学（第１期）

地域創生科学研究科修士課程入学試験問題

科目名	専攻・学位プログラム名
線形代数	工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問 (1), (2) に解答せよ。なお，解答は答えだけでなく，導出過程も明記せよ。

(1) 行列 A を $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & a^2\\ 1 & a & a\\ 1 & a^2 & 1\end{pmatrix}$ と定める。ただし，a は実数である。以下の (a)～(e) の問いに答えよ。

(a) 行列式 $\det A$ を計算せよ。

(b) A が正則でない場合の a の値を求めよ。

(c) A が正則でなく，かつ $a<0$ とする。このとき，A の固有値をすべて求めよ。

(d) (c) のとき，それぞれの固有値に属する固有ベクトルを１つずつ求めよ。

(e) (c) のとき，$P^{-1}AP$ が対角行列で，かつ対角成分に左上から絶対値が小さい順に固有値が並ぶようにする。このような行列 P を１つ求め，そのときの P^{-1} を計算せよ。

(2) $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1 & 4 & 1\\ 1 & 4 & -1 & 5 & 2\\ -2 & -6 & 2 & -8 & c-2\\ 2 & 2 & -2 & 4 & -2\end{pmatrix}, \boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix}, \boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}c\\ 0\\ -6\\ c^2\end{pmatrix}$ とする。ただし，c は実数である。連立１次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ について，以下の (a)～(c) の問いに答えよ。

(a) 係数行列 A および拡大係数行列 $(A\mid\boldsymbol{b})$ の階数 $\operatorname{rank}A$ および $\operatorname{rank}(A\mid\boldsymbol{b})$ を求めよ。

(b) 連立１次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ が解を持つ条件を c で表せ。

(c) c が (b) で求めた値を取るとき，連立１次方程式 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ の一般解を求めよ。

令和２年10月入学／令和３年４月入学 (第１期)
地域創生科学研究科修士課程入学試験問題

科目名	専攻・学位プログラム名
微積分学	工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問 (1), (2) に解答せよ。なお，$\log x$ は自然対数とする。また，解答は答えだけでなく，導出過程も明記せよ。

(1) 以下の問いに答えよ。

(a) $\log(1+x)$ のマクローリン展開を求めよ。

(b) 級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+1}$ の値を求めよ。

(c) 級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}$ を求めるために以下のように計算した。

$$
\begin{aligned}
\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n} &= 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots \\
&= \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots\right) \\
&= \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots\right) \\
&= \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots\right)=0
\end{aligned}
$$

しかし，この答えは間違っている。間違いの原因が何であるかを答えよ。

(2) アステロイド曲線 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ $(a>0)$ について以下の問いに答えよ。

(a) $x=a\sin^3 t$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ とおいたとき，y を a と t で表せ。

(b) アステロイド曲線によって囲まれた図形の面積を求めよ。

(c) アステロイド曲線によって囲まれた図形を x 軸のまわりに１回転してできる立体の体積を求めよ。

令和２年10月入学／令和３年４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程入学試験問題

科目名	専攻・学位プログラム名
離散数学	工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問 (1), (2) に解答せよ。なお，解答は答えだけでなく，導出過程も明記せよ。

(1) 以下の問いに答えよ。

(a) 整数 a, b と正整数 p において，a と p が互いに素であるとするとき，次の合同方程式は整数解をもつことを証明せよ。

$$ax \equiv b \pmod{p} \qquad \cdots \quad (*)$$

(b) 合同方程式 $(*)$ の一つの整数解を x_0 とするとき，この合同方程式の整数解の集合は，x_0 により定まる p を法とする剰余類であることを証明せよ。

(c) 次の合同方程式を解け。

$$2x \equiv 3 \pmod{7}$$

(d) 次の連立合同方程式を解け。

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{7} \\ x \equiv 4 \pmod{5} \end{cases}$$

(2) 互いに区別できない r 個のコインを，4つの異なる箱 A, B, C, D に入れる。ただし，A, B, C には偶数個（0個も含める）を入れるとする。このような入れ方の総数を $\{a_r\}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(a) 数列 $\{a_r\}$ の母関数 $A(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_r x^r + \cdots$ の閉じた式を示せ。

(b) 次の展開式の x^n の係数 b_n を求めよ。

$$\frac{1}{(1-x^2)^4} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_n x^n + \cdots$$

(c) 奇数の r について，$a_r = a_{r-1}$ であることを示せ。

(d) 奇数の r について，a_r を求めよ。

令和２年１０月入学／令和３年４月入学（第１期）

地域創生科学研究科修士課程入学試験問題

科目名 計算機システム	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問（１），（２）に解答せよ。

（１）計算機システムに関する以下の (a) ～ (d) の問いに答えよ。

(a) 数の表現に関する以下の問いに答えよ。なお，1) ～ 6) は計算過程も示すこと。

1) 8 進数の小数 $(0.244)_8$ を 10 進数の分数で表せ。

2) 16 進数 $(\mathrm{5B26.D2})_{16}$ を 2 進数に変換せよ。

3) 10 進数 $(-48)_{10}$ を 1 の補数表現および 2 の補数表現を用いた 8 ビット 2 進数にそれぞれ変換せよ。

4) 2 の補数表現の 2 進数 $(11011010)_2$ を 10 進数に変換せよ。

5) 10 進数 $(1.6875)_{10}$ を浮動小数点形式の 2 進数に変換せよ。ただし，この 2 進数は左から，符号部 1 ビット（非負：0，負：1），指数部 4 ビット，仮数部 8 ビットとし，指数部は，バイアス 8 のげた履き表現（8 増しコード）とする。なお，仮数部の表現は絶対値表示とし，ケチ表現 (hidden bit) を使用しないこと。

6) 浮動小数点形式の 2 進数 $(0\ 1101\ 10101010)_2$ を 10 進数に変換せよ。ただし，この 2 進数は左から，符号部 1 ビット（非負：0，負：1），指数部 4 ビット，仮数部 8 ビットとし，指数部は，バイアス 8 のげた履き表現とする。なお，仮数部の表現は，絶対値表示でありケチ表現を使用している。

7) 非負の 2 進数 x を左に 6 ビットシフトして（シフト前の）x を減算した値を y とおくと，y は x の何倍となるか答えよ。ただし，オーバーフローは発生しないものとする。

8) 丸め誤差とはどのような誤差か説明せよ。

（次ページへ続く）

(b) 仮想記憶方式に関する以下の問いに答えよ。

1) 記憶領域の動的な割当て及び解放を繰り返すことによって，どこからも利用されない記憶領域が発生することがある。このような記憶領域を再び利用可能にする処理を何と呼ぶか。その名称を答えよ。

2) 主記憶上の領域が不足して優先度の高いプログラム（プロセス）を実行できない場合，優先度の低いプロセスを補助記憶へ退避させ，優先度の高いプロセスの実行を行う方式を何と呼ぶか。その名称を答えよ。

3) 2) において，主記憶から補助記憶へプロセスを退避させることを何と呼ぶか。その名称を答えよ。

4) 2) において，補助記憶から主記憶へプロセスをロードすることを何と呼ぶか。その名称を答えよ。

5) ページ置換アルゴリズムである LRU 方式について説明せよ。

(c) CPU に関する以下の問いに答えよ。

1) 「命令レジスタ」「プログラムカウンタ（プログラムレジスタ）」の役割についてそれぞれ説明せよ。

2) データを図 1 のように参照するアドレス指定方式を答えよ。

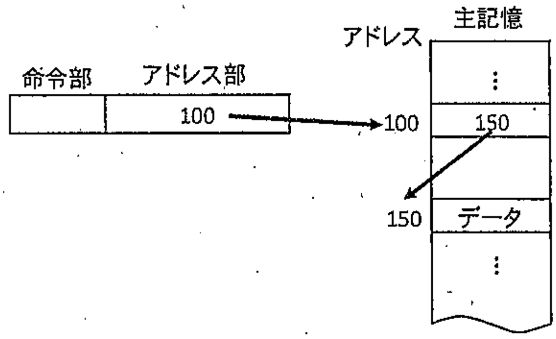


図 1

(d) 計算機システムに関する以下の用語について説明せよ。

1) ASCII コード

2) オーバーレイ方式

3) リンカ

（次ページへ続く）

（2） 制御装置と命令セットに関する以下の(a)～(j)の問いに答えよ。

(a) 命令サイクルとは何かを説明せよ。

(b) 命令サイクルは前半のフェーズと後半のフェーズに分かれる。各フェーズで行われる処理内容を説明せよ。

(c) 一つの機械命令はオペコード部分とオペランド部分に分かれる。それぞれ何を表す部分かを説明せよ。

(d) コンピュータの命令サイクルを実現するための制御装置の開発を行う場合，命令サイクルの状態遷移図を考える必要がある。以下の表の機械命令とオペコード値を持つコンピュータを前提として，状態遷移図を示せ。

機械命令の名称	オペコード値
A	00
B	01
C	10
D	11

(e) コンピュータの制御装置の実現方法には結線論理制御方式とマイクロプログラム制御方式の 2 種類がある。それぞれの利点と欠点を述べよ。

(f) 複雑な命令を持つコンピュータの制御装置を実現する場合，(e)の 2 種類の実現方法のうち，どちらが適しているかを答えよ。

(g) 現在のコンピュータの主記憶では，バイトを単位としたアドレス付けが行われていることが多い。この主記憶において，1 ワードが 32 ビットのデータを主記憶に格納する場合のワード内のバイトデータの並び順に関して，ビッグエンディアンとリトルエンディアンの 2 つの配置方式がある。それぞれどのような配置方式であるかを答えよ。

(h) 機械命令のオペランドの指定方法について，以下の（ア）と（イ）の文で説明されるオペランド指定方法の名称を答えよ。

（ア）命令のオペランド部の内容を定数データとして使用する。

（イ）命令のオペランド部の内容をメモリのアドレスとして使用する。

(i) 主記憶上のデータをアクセスする際の対象アドレスを指定する方法として，あるレジスタに格納した値を基準アドレスとして，それに対する相対位置によって指定する方法がある。この相対アドレス指定法の利点を述べよ。

(j) アドレス計算に使用するレジスタとして，インデックスレジスタとベースレジスタがある。それぞれどういうものかを説明せよ。

令和２年１０月入学／令和３年４月入学（第１期）

地域創生科学研究科修士課程入学試験問題

科目名 データ構造とアルゴリズム	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問（１）～（４）に解答せよ。

（１）木について以下の問いに答えよ。

(a) 以下の空欄に合う語句を答えよ。

- 図 1 の節点 a をこの木の（ア.　　　　　）という。また，この木の葉となる節点を全て挙げると（イ.　　　　　）となる。同じ親を持つ節点を（ウ.　　　　　）という。

(b) 図 1 の木を行きがけ順(preorder)，通りがけ順(inorder)，帰りがけ順(postorder)でなぞり，各節点のアルファベットをリストアップするとどのようになるか。それぞれ答えよ。

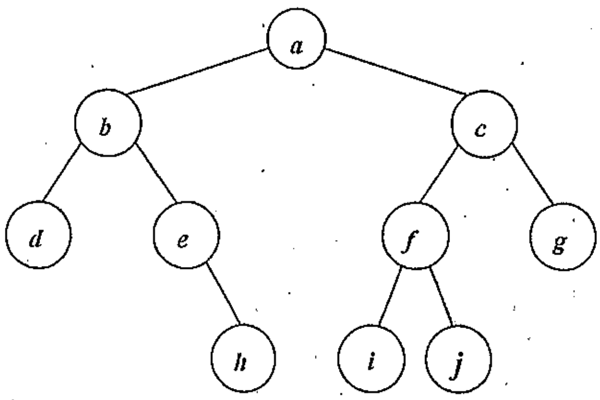


図 1

(c) 以下の空欄に合う語句を答えよ。

- 各節点に数値データを格納した場合について考える。親の節点の値は子の値より小さく，子同士の間に大小関係が規定されていない二分木を（ア.　　　　　）という。
- すべての節点について，着目する節点の左部分木の節点の値は，着目する節点の値よりも小さく，その右部分木の節点の値は，着目する節点の値よりも大きいという条件を満たす二分木を（イ.　　　　　）という。

（次ページに続く）

（2）以下の用語について説明せよ。必要に応じて図を用いてもよい。

(a)　バブルソート

(b)　選択ソート

(c)　挿入ソート

(d)　逆ポーランド記法

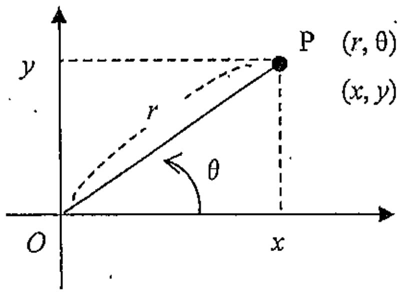
(e)　FIFO

（3）アナログ時計のアプリケーションプログラムを作りたい。以下の問いに答えよ。

(a) 時計が2時10分を指すとき，長針と短針の間の角度は何度になるか答えよ。

(b) 長針，短針，秒針について，1秒毎に針の指す座標を計算し再描画することを考える。各針は何度ずつ移動することになるか答えよ。

(c) 秒針の長さを r_s ，文字盤の中心の座標を(O_x, O_y)とする。時刻をもとに秒針の終端の座標を求め，文字盤の中心と針の終端を結ぶ直線を描画することで秒針を作ることができる。現在の時刻が h 時 m 分 s 秒であるとき，秒針の終端の座標(s_x, s_y)を変数 s, r_s, O_x, O_y を用いて表せ。ただし，極座標と直交座標の間には図2に示すような関係がある。また，時計のウィンドウは，画面左上を座標(0, 0)とする図3に示すような座標系を用いるものとする。



$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

図2　極座標と直交座標の関係

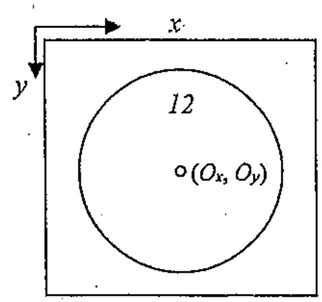


図3　時計ウィンドウの座標系

(d) 針の終端の座標を表現するには，どのようなデータ構造を用いればよいか。C言語の構造体を用いて答えよ。ただし，座標には整数型を使用すること。

（次ページに続く）

（4）クイックソートについて以下の問いに答えよ。

(a) リスト 1，2 に示されるプログラムは，C 言語でクイックソートの処理を記述したものである。ここでは，配列の中身を，25 行目で宣言している変数 p に代入される値よりも小さい要素と大きい要素に分割している。この p のようなデータのことを何と呼ぶか答えよ。

(b) このプログラムは 48，49 行目を実行するたびに配列の中身を表示する。また，60，61 行目で整列前の配列の中身，65，66 行目で整列後の配列の中身を表示する。このプログラムを実行するとどのような結果が出力されるか示せ。

リスト 1．クイックソート

```
 1: #include <stdio.h>
 2: #include <stdlib.h>
 3: #define MAX_SIZE 3
 4:
 5: void swap(int* data1, int* data2)
 6: {
 7:     int tmp;
 8:     tmp = *data1;
 9:     *data1 = *data2;
10:     *data2 = tmp;
11: }
12:
13: void print_data(int a[], int start, int end)
14: {
15:     int  i;
16:     for (i = start;i < end;i++)
17:         printf("%2d ", a[i]);
18:     printf("¥n");
19: }
20:
21: int partition(int A[], int left, int right)
22: {
23:     int i = left + 1;
24:     int j = right;
25:     int p = A[left];
26:
27:     while (i <= j){
28:         while (i <= right && A[i] < p) i++;
29:         while (A[j] > p) j--;
30:
31:         if(i <= j){
32:             swap(&A[i], &A[j]);
33:             i++; j--;
34:         }
35:     }
36:     swap(&A[left], &A[j]);
37:     return j;
38: }
39:
```

（次ページに続く）

リスト2. リスト1のつづき

```

void quick_sort(int A[], int left, int right)
{
    int j;

    if(left < right){
        j = partition(A, left, right);

        printf("L=%d, R=%d, j=%d, A[j]=%d :", left, right, j, A[j]);
        print_data(A, 0, MAX_SIZE);

        quick_sort(A, left, j-1);
        quick_sort(A, j+1, right);
    }
}

int main(void)
{
    int a[MAX_SIZE] = {2, 1, 3};

    printf("Before ");
    print_data(a, 0, MAX_SIZE);

    quick_sort(a, 0, MAX_SIZE - 1);

    printf("After  ");
    print_data(a, 0, MAX_SIZE);

    return 0;
}

```

令和３年（2021年）４月入学（第２期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和3年 (2021年) 4月(第2期)入学

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　幾何光学

1. (1) 図1のように，物体ABとスクリーンSを間隔lで置き，焦点距離fの薄肉凸レンズを両者の間に挿入して，物体ABからスクリーンSまで移動させる．この時，2カ所で鮮明な画像がスクリーン上に得られ，それらの2カ所間の距離はdであった．fをlとdを使って表せ．

(2) 最初に鮮明な像が得られた時，スクリーン上には，物体ABの2倍の大きさの像が得られた．fが，解答用紙面でおおよそ2cmとなるように，この時の結像を作図せよ．

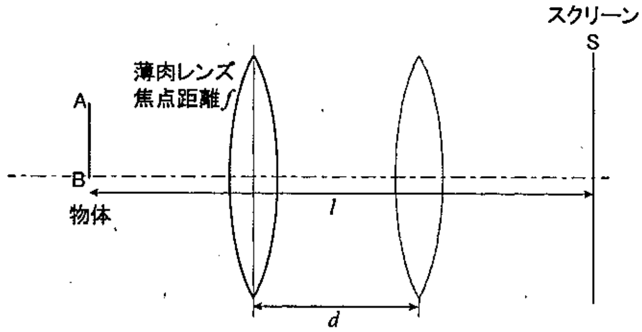


図1 薄肉レンズの移動

2. 水面下1mのプールの底に点光源がある．水面上のどこからもこの点光源を見えなくするために，円形の紙を水面に浮かべる．紙の最小半径を求めよ．ただし，水の屈折率を4/3とする．なお，計算とその結果だけではなく，光線の作図及び説明を記せ．計算では，$\sqrt{3} = 1.732, \sqrt{5} = 2.236, \sqrt{7} = 2.646, \sqrt{30} = 5.477, \sqrt{50} = 7.071, \sqrt{70} = 8.367$を使って良い．

令和３年（2021年）４月入学（第２期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和３年（2021 年）４月（第２期）入学

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　波動光学

1.　以下は円形開口における光回折を説明した文である．空欄 A～G に適切な言葉または数値を記入せよ．

図１(a)のように，$z=0$のx'-y'面に半径Rの円形開口がある．この円形開口に平面波とみなせる$z>0$の方向に光を垂直入射したときの回折を考える．円形開口上の１点(x',y')から広がる光波は，

$$v(x,y;x',y')=\frac{Az}{2\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}}-ik\right]\frac{\exp\left[ik\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}\right]}{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}$$

と書ける．ここで，$k=2\pi/\lambda$は波数であり，λは波長である．また，Aは定数である．回折波は，vを円形開口の領域$D=\{(x',y')|x'^2+y'^2<R^2\}$で面積分すればよく，

$$u(x,y)=\iint_D v(x,y;x',y')dx'dy'$$

と書ける．回折距離zが十分大きく，$[(x-x')^2+(y-y')^2]^2\ll 8\lambda z^3$の条件が成り立つ場合，

$$v(x,y;x',y')\approx\frac{A}{i\lambda z}\exp\left\{ikz+\frac{k[(x-x')^2+(y-y')^2]}{2z}\right\}$$

と近似できる．この条件下では，回折波は，

$$u(x,y)\approx\frac{A}{i\lambda z}\exp(ikz)\iint_D \exp\left\{\frac{k[(x-x')^2+(y-y')^2]}{2z}\right\}dx'dy'$$

のように表せる．この式で表せる回折現象を$\boxed{\text{ A }}$回折という．さらに，$x^2+y^2\ll 2\lambda z$，$x'^2+y'^2\ll 2\lambda z$の条件が成り立つほど回折距離zが大きい場合，

$$u(x,y)\sim\frac{A}{i\lambda z}\exp(ikz)\iint_D \exp\left(-2\pi\frac{xx'+yy'}{\lambda z}\right)dx'dy'$$

と表せる．この式で表せる回折現象を$\boxed{\text{ B }}$回折という．このとき，スクリーン上では，図１(b)のような回折パターンが観察される．この回折パターンの大きさは円形開口の大きさと波長に依存し，円形開口が$\boxed{\text{ C }}$ほど，また波長が$\boxed{\text{ D }}$ほど回折パターンが大きくなる．

次に，円形開口の位置に円形開口と同じ半径で焦点距離fのレンズを置く．このレンズは，$z=f$の面に図１(b)の回折パターンを作る性質があるとする．$f/(2R)$は$\boxed{\text{ E }}$値と呼ばれ，どれくらい光を集光するかを表す指標である．ここで，$r=r_0$をスポットの半径とすると，スポットの半径は，$\boxed{\text{ E }}$値が大きいほど，また$\boxed{\text{ F }}$が短いほど小さくなる．例えば，波長 500nm の光を$f/(2R)=1.0$のレンズで集光したとき，$z=f$の面におけるスポット半径は，$\boxed{\text{ G }}$nm となる．

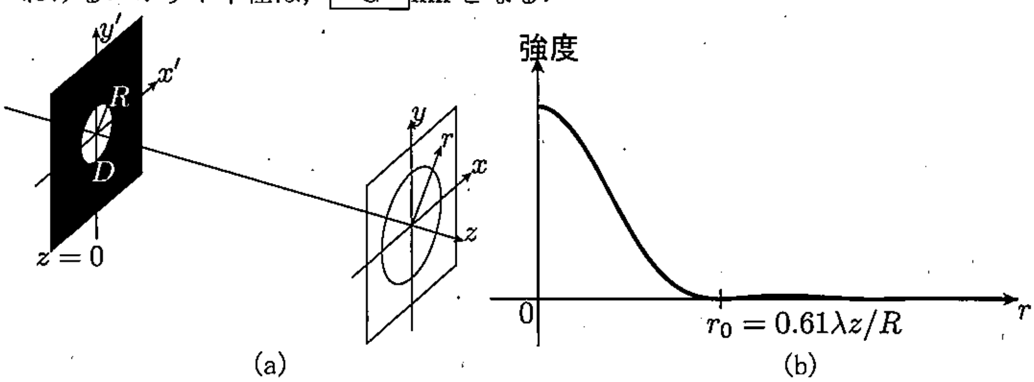


図１　円形開口における光回折

2.　図２のように，x-z面に平行な方向に伝播する二光波ψ_1，ψ_2の干渉を考える．二光波は平面波とみなせ，次のように書けるものとする．

$$\psi_1(x,z,t) = A\exp(ik_x x + ik_z z - i\omega t)$$
$$\psi_2(x,z,t) = A\exp(-ik_x x + ik_z z - i\omega t)$$

ここで，ωは角周波数，Aは振幅(実数)，$(k_x, 0, k_z)$は平面波の伝播する方向を示すベクトルである．また，光速をcとすると，

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

の関係がある．以下の問いに答えよ．

(1) ω/cで表せる物理量を何というか答えよ．
(2) 波長λをωとcを使って表せ．
(3) 光波ψ_1が次の波動方程式を満たすことを示せ．

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}$$

(4) $z=0$の面にスクリーンをおいて光波ψ_1，ψ_2の干渉縞を観測するとき，干渉縞の強度分布を求めよ．ただし，光強度は振幅の二乗で表せるものとする．
(5) k_xをω，cおよび光波ψ_1の入射角θを使って表現せよ．
(6) 干渉縞の周期をk_xを使って表せ．
(7) $\lambda = 500\text{nm}$，$\theta = 30°$のとき，干渉縞の周期を求めよ．

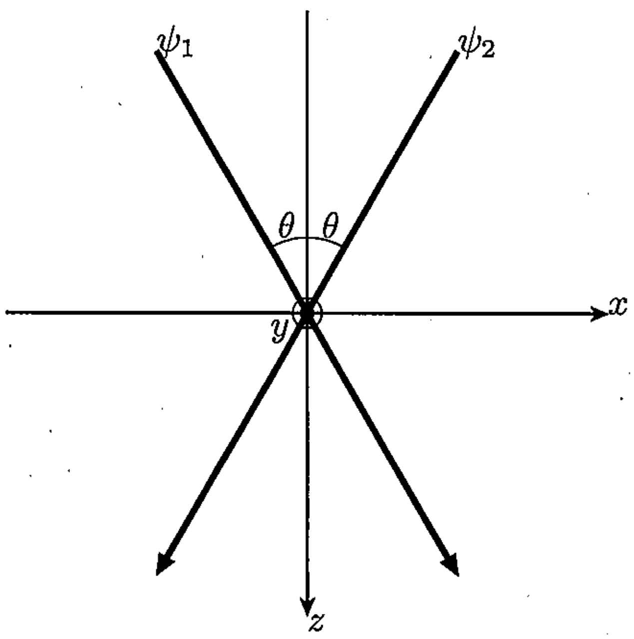


図２　二光波干渉

以上

令和３年（2021年）４月入学（第２期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「物理光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「物理光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和3年（2021年）4月(第2期)入学

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　物理光学

1. 光子のエネルギーの大きさ E は，光の振動数 ν [Hz] に比例し，以下の①式で与えられる．

$$E = h\nu \qquad ①$$

ここで, h はプランク定数であり, $h = 6.626 \times 10^{-34}$ [J·s] である. 次の問いに答えよ. 計算を行う場合は，途中の計算課程や説明も記述すること．ただし，光の速度は $c = 3.00 \times 10^{8}$ [m/s] とする. また, 運動エネルギー K [J] は, 質量 m [kg] , 速度 v [m/s] を用いて，以下の②式で与えられる.

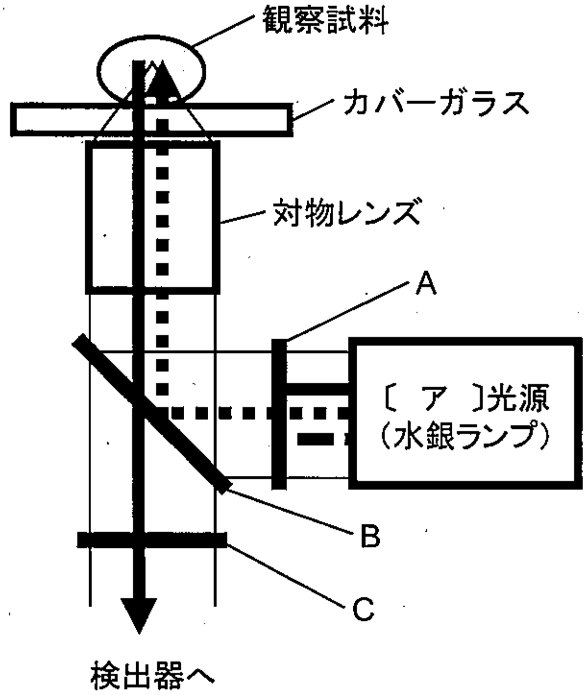
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad ②$$

（1）$\lambda = 400$ [nm] の紫色の可視光の真空中における振動数 ν [Hz] を求めよ．

（2）$\lambda = 400$ [nm] の光の光子のエネルギーを求めよ．ただし，単位は [J] とする．

（3）$\lambda = 400$ [nm] の光の光子と同じエネルギーを持つ質量 10 [g] のガラス球の速度を求めよ．ただし，概数でよい．

2. 下の概略図で示される蛍光顕微鏡イメージングに関して，次ページの問いに答えよ．
計算を行う場合は，途中の計算課程や説明も記述すること．



令和3年（2021年）4月(第2期)入学
宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験
工農総合科学専攻・光工学プログラム　　物理光学

（1）以下の記述のカッコ〔　ア　〕～〔　カ　〕で示された空欄について，点線に囲まれた語句を参考に，正しい語句を記入せよ．

「蛍光顕微鏡を用いることで，観察試料において蛍光物質により標識した分子や構造を特異性高く観察することができる．まず，〔　ア　〕光源から発した光のうち，蛍光物質の〔　ア　〕に適した波長の光のみがAで示された〔　ア　〕フィルターを透過する．この光を〔　ア　〕光と呼び，図中では太い点線で示されている．〔　ア　〕光はBで示された〔　イ　〕ミラーにより反射され，対物レンズを通して試料に入射され，蛍光物質を〔　ア　〕する．蛍光物質が発した蛍光は図中では太い実線で示され，〔　イ　〕ミラーを透過し，さらにCで示された蛍光の波長のみを透過する〔　ウ　〕フィルターを透過して検出器に到達する．蛍光物質は一般に〔　ア　〕波長に対して〔　エ　〕波長の蛍光を発するが，〔　エ　〕波長の光を〔　オ　〕波長の光に変換する色素の研究も活発に行われており，そうした物質を〔　カ　〕色素と呼ぶ．」

アップコンバージョン，薄膜，同じ，蛍光，減光，ダイクロイック，長い，ハーフ，バンドギャップ，偏光，短い，励起

（2）蛍光イメージングにおいて，二つの点光源であることが認識できる点光源の間の最小距離のことを空間分解能 δ と呼び，以下の③式で与えられる．

$$\delta = \frac{0.61\times\lambda}{NA} \qquad ③$$

ここで，λ は光の波長，NA は対物レンズの開口数である．
最大励起波長488 [nm]，最大蛍光波長509 [nm] の緑色蛍光タンパク質eGFPを60×水浸対物レンズ（開口数1.2）で観察した際の空間分解能を計算せよ．ただし，概数でよい．

令和3年（2021年）4月(第2期)入学

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　物理光学

3. 屈折率 n_1 の媒質を伝播する光が屈折率 n_2 の媒質に垂直に入射する場合の振幅反射率 r は，以下の④式で与えられる．

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad ④$$

次の問いに答えよ．計算を行う場合は，途中の計算課程や説明も記述すること．

（1）④式から分かるとおり，$n_1 < n_2$；すなわち屈折率の低い媒質から高い媒質に光が入射する場合，振幅反射率がマイナスになることがわかる．その際，光に何が起きるか端的に述べよ．

（2）真空中を伝播する光が屈折率 $n = 1.53$ のガラスに垂直に入射した際の振幅反射率と光強度の反射率をそれぞれ求めよ．ただし，光強度の反射率は振幅反射率の二乗とする．

（3）光が上記屈折率 $n = 1.53$ のガラスを 1 [cm] 通過すると，その強度が4％減衰する．真空中を伝播する光が，上記ガラスに垂直に入射して境界面を透過し，さらに 4 [cm] 通過するとき，ガラスに入射する前の強度の何%になるか計算し，有効数字二桁で示せ．

令和３年（2021年）４月入学（第２次）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

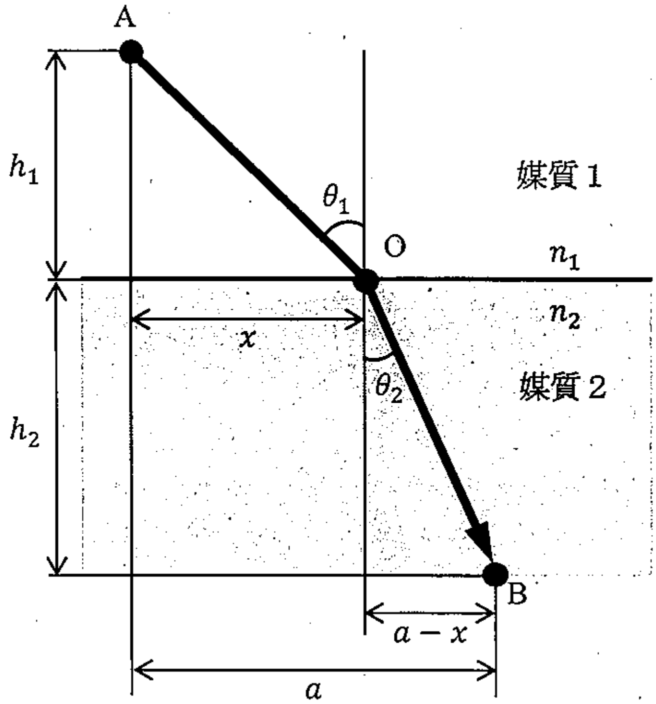
1．　以下の記述の〔　ア　〕～〔　サ　〕で示された空欄について，正しい語句を記入せよ．〔　ウ　〕～〔　サ　〕については，a，x などの記号，もしくは記号を含む数式で記入すること．また，計算を行う場合は，計算過程を〔計算過程〕欄に記述すること．

屈折率 n_1 を持つ媒質1から屈折率 n_2 を持つ媒質2へ光が入射する際の，入射角 θ_1 と屈折角 θ_2 の関係は，以下の①式で与えられる．

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad ①$$

これを，〔　ア　〕の法則（屈折の法則）という．この〔　ア　〕の法則を，〔　イ　〕の原理を用いて証明を試みる．〔　イ　〕の原理とは，「光は，伝播可能な経路のうち，伝播に必要な時間が最小となる経路，すなわち伝播時間が極値をとる経路を進む」というものである．

次の図において，屈折率 n_1 を持つ媒質1に存在する点 A から発した光が，媒質1と媒質2の境界面上の点 O を通過して，屈折率 n_2 を持つ媒質2に存在する点 B に進む場合を考える．真空中における光速を c，点 A から境界面までの距離を h_1，点 B から境界面までの距離を h_2，点 A から点 B までの水平方向の距離を a とする．また，媒質1における光速を v_1，媒質2における光速を v_2 とする．点 A から境界面に垂直におろした足と点 O までの距離を x とする．



令和３年（2021年）４月(第２次)入学
宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験
工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　幾何光学

点Aから点Bに光が伝播する際の所要時間 t は，以下の式で表される．

$$t = \frac{\overline{\mathrm{AO}}}{[\ ウ\ ]} + \frac{\overline{\mathrm{OB}}}{[\ エ\ ]} \qquad ②$$

線分 $\overline{\mathrm{AO}}$ と線分 $\overline{\mathrm{OB}}$ を x などの記号を用いて表すと，式②は以下の式③となる．

$$t = \frac{[\ オ\ ]}{[\ ウ\ ]} + \frac{[\ カ\ ]}{[\ エ\ ]} \qquad ③$$

ここで，〔　イ　〕の原理，すなわち「光は伝播時間が極値をとる経路を進む」より，$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = 0$ となる点Oを光は通過する．ルートを含む微分の公式 $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ より，式③を微分すると，

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \frac{[\ キ\ ]}{[\ ウ\ ][\ ク\ ]} + \frac{[\ ケ\ ]}{[\ エ\ ][\ コ\ ]} = 0 \qquad ④$$

となる．ここで，

$$\frac{[\ キ\ ]}{[\ ク\ ]} = \sin\theta_1 \qquad ⑤$$

$$\frac{[\ ケ\ ]}{[\ コ\ ]} = -\sin\theta_2 \qquad ⑥$$

であるため，式④を変形すると，以下の式⑦となる．

$$\frac{\sin\theta_1}{[\ ウ\ ]} = \frac{\sin\theta_2}{[\ エ\ ]} \qquad ⑦$$

ここで，

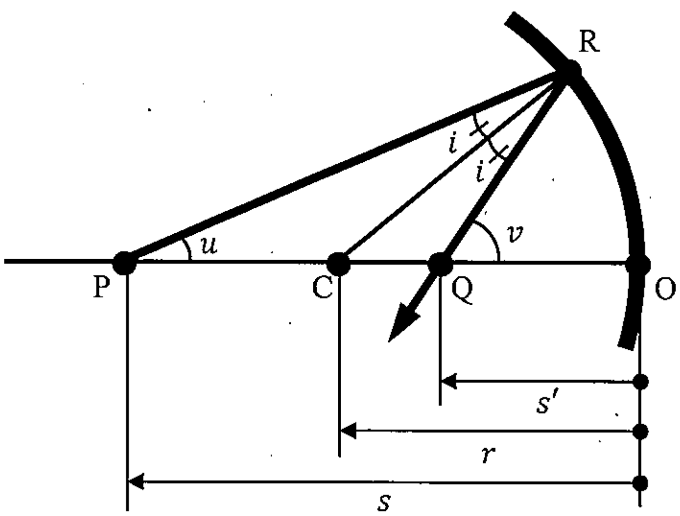
$$[\ ウ\ ] = \frac{[\ サ\ ]}{n_1} \qquad ⑧$$

$$[\ エ\ ] = \frac{[\ サ\ ]}{n_2} \qquad ⑨$$

であるため，式⑦～⑨より〔　ア　〕の法則 $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ が導かれる．

２．　以下の記述の〔　ア　〕～〔　ケ　〕で示された空欄について，正しい語句を記入せよ．〔　ア　〕～〔　カ　〕，〔　ク　〕，〔　ケ　〕については，a，x などの記号，もしくは記号を含む数式で記入すること．また，計算を行う場合は，計算過程を〔計算過程〕欄に記述すること．

凹球面鏡における光の反射を考える．次の図において，光軸上の点 P から発した光が，凹球面鏡上の点 R にて反射し，その反射光が光軸と交わる点を Q とする．また，球面の曲率中心を C，光軸と球面が交わる点を O とする．点 P から点 O の距離を s，点 C から点 O の距離を r，点 Q から点 O の距離を s' とする．距離は，一般の座標系と同じく左から右に向けて正（＋）とする．そのため，基準点 O から左にのびた s，r，s' の符号は全て負（－）である．光軸と線分 $\overline{\mathrm{PR}}$ のなす角を u，光軸と線分 $\overline{\mathrm{RQ}}$ のなす角を v，点 R における入射角と反射角を i とする．



ちなみに，正弦定理とは，三角形 ABC において，点 A の向かい側にある線分 $\overline{\mathrm{BC}}$ の長さを a，点 B の向かい側にある線分 $\overline{\mathrm{CA}}$ の長さを b，点 C の向かい側にある線分 $\overline{\mathrm{AB}}$ の長さを c とした際に，以下の式⑩が成り立つことをいう．

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \qquad ⑩$$

三角形 PRC に正弦定理を適用すると，次の式⑪が得られる．

$$\frac{\sin i}{〔\ ア\ 〕} = \frac{\sin u}{〔\ イ\ 〕} \qquad ⑪$$

また，三角形 CRQ に正弦定理を適用すると，次の式⑫が得られる．

$$\frac{\sin i}{[\ \text{ウ}\ ]} = \frac{\sin(\pi - v)}{[\ \text{エ}\ ]} \qquad ⑫$$

v を u と i を使って表すと，以下の式⑬となる．

$$v = [\ \text{オ}\ ] \qquad ⑬$$

そのため，式⑬を用いて式⑫を変形して，s' を u と i と r を使って表すと，以下の式⑭になる．

$$s' = [\ \text{カ}\ ] \qquad ⑭$$

s' が u によらず一定である場合，点 Q に光源 P の像が形成される．式⑭から，u や i が十分に小さい場合は s' は概ね一定であるが，u や i が大きくなってくると s' は徐々に大きくなり，点 Q は点 O に近づく．そのため，光軸近くを通る光線のみを考えると凹面鏡では像が形成されるが，それ以外の光線も考慮すると像はぼやける．光軸近くを通る光線を〔 キ 〕光線という．〔 キ 〕光線においては，u，i，v が十分に小さいため，それぞれ近似式 $\sin u \approx u$，$\sin i \approx i$，$\sin v \approx v$ が成り立つ．そのため，式⑪は以下の式⑮に，式⑫は以下の式⑯に，それぞれ近似することができる．

$$\frac{i}{[\ \text{ア}\ ]} = \frac{u}{[\ \text{イ}\ ]} \qquad ⑮$$

$$\frac{i}{[\ \text{ウ}\ ]} = \frac{v}{[\ \text{エ}\ ]} \qquad ⑯$$

これらの式⑮，⑯を，式⑬に代入し，計算を進めると，以下の式⑰となる．

$$\frac{1}{[\ \text{ク}\ ]} + \frac{1}{[\ \text{ケ}\ ]} = \frac{2}{r} \qquad ⑰$$

この式⑰には，角度 u，i，v が含まれていないため，光源 P を出た全ての〔 キ 〕光線は点 Q に集まり，像を結ぶことになる．これが反射鏡の結像式である．

以上

令和３年（2021年）４月入学（第２次）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目「波動光学」を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和３年（2021年）４月（第２次）入学
宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験
工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**波動光学**

問１． 光波の位相分布を求める方法として４段階位相シフト法という手法がある．以下の文章中の空欄を埋め，文章を完成させよ．

波数k，角周波数ωの平面波が物体で散乱し，位相遅れ$\phi_O(x,y)$を受けた状態でz方向に進む物体光$u_O(x,y)$と，平面波のまま位相遅れδを与えた参照光u_Rを，z軸に直交するイメージセンサー上で干渉させる．この時，$A_O(x,y)$及びA_Rが物体光及び参照光の振幅とすると，２つの光波は次式で表される．

物体光：$u_O(x,y) = A_O(x,y)\exp\left\{i\left([ア]z - [イ]t + \phi_O(x,y)\right)\right\}$

参照光：$u_R = A_R \exp\{i([ア]z - [イ]t + \delta)\}$

重ね合わされた光波の時間平均強度分布Iは

$$I = |u_O + u_R|^2 = {A_O}^2(x,y) + {A_R}^2 + 2A_O(x,y)A_R\cos(\phi_O(x,y) - \delta)$$

となるが，簡単のため，$I = a + b\cos(\phi_O - \delta)$と置く．ここで，位相遅れ$\delta$を$\pi/2$ずつずらして４回観測すると，

$$I_1 = a + b\cos(\phi_O) = a + b\cos(\phi_O)$$
$$I_2 = a + b\cos(\phi_O - \pi/2) = a\,[ウ]\,b\,[\ エ\ ](\phi_O)$$
$$I_3 = a + b\cos(\phi_O - \pi) = a\,[オ]\,b\,[\ カ\ ](\phi_O)$$
$$I_4 = a + b\cos(\phi_O - 3\pi/2) = a\,[キ]\,b\,[\ ク\ ](\phi_O)$$

となるので，

$$\therefore a = \frac{1}{4}(I_1 + I_3 + I_2 + I_4)$$
$$I_{[ケ]} - I_{[コ]} = 2b\cos(\phi_O)$$
$$I_{[サ]} - I_{[シ]} = 2b\sin(\phi_O)$$
$$\tan(\phi_O) = \frac{I_{[ス]} - I_{[セ]}}{I_{[ソ]} - I_{[タ]}}$$
$$\therefore \phi_O = \tan^{-1}\frac{I_{[ス]} - I_{[セ]}}{I_{[ソ]} - I_{[タ]}}$$
$$4b^2 = \left(I_{[チ]} - I_{[ツ]}\right)^2 + \left(I_{[テ]} - I_{[ト]}\right)^2$$
$$\therefore b = \frac{1}{2}\sqrt{\left(I_{[チ]} - I_{[ツ]}\right)^2 + \left(I_{[テ]} - I_{[ト]}\right)^2}$$

となり，I_1，I_2，I_3，I_4を計測することで，物体波の強度分布${A_O}^2(x,y)$及び位相遅れ分布$\phi_O(x,y)$を算出することが可能となる．

令和３年（2021 年）４月(第２次)入学

宇都宮大学大学院地域創生科学研究科士課程入学試験

工農総合科学専攻・光工学プログラム　　　　　　　　　　　　　　　<u>波動光学</u>

問２．　問１で，レーザー光を水平に配置し，それを平面波に整形したものをビームスプリッターで２つに分け，片方が物体で散乱を受けた光を物体光とし，その進行方向を z 軸とする．もう片方の光を参照光とし，y 軸周りにわずかに傾けて照射し，z 軸に垂直なイメージセンサー上で干渉させる．

１．光路上に何も無く，物体による光の散乱が起きない状態（$\phi_O(x,y)=\phi$：一定）では，イメージセンサーの x-y 面上にはどんな画像が記録されるか，次の中から選べ．

(a)　　　　　　(b)　　　　　　(c)

２．参照光を y 軸周りに 0.1 度傾けてイメージセンサーに照射した時，問１の I_1，I_2，I_3，I_4 を計測するには，およそ何画素毎の輝度を観測すれば良いか，以下の文章の空欄を埋めて，計算を完成させよ．但し，レーザーの波長は 633nm，イメージセンサーの画素間隔は 10μm とする．また，$\theta \ll 1$ の時，$\tan\theta \simeq \sin\theta \simeq \theta$ と近似する．

N 画素離れた２点間の距離 L は $L = N \times$ [ア] であるので，参照光を 0.1 度傾けた時の２点間での光路差は $L \times$ [イ](0.1°) となるが，$\theta \ll 1$ の近似式を使うと，[ウ] となる．この光路差が $\pi/2$ の位相差を与えれば良い．レーザーの波長が [エ] nm なので，$\pi/2$ の位相差が生じる距離は [オ] nm である．以上の関係より，N を求めると [カ] となるが，画素数は整数なので [キ] 画素毎の４点の輝度を計測すれば良いということになる．