令和６年度　前期日程　物理　解答例

第1問

解答

（１）小球Ａの加速度を α とおくと

等加速度直線運動の式より

$v_0{}^2 = 2\alpha L$

よって、

$$\therefore v_0 = \sqrt{2\alpha L} = \sqrt{\frac{2FL}{m}}$$

（２）衝突直後の小球Ａの速度をv_{A}とすると、運動量保存の法則より

$mv_0 = mv_{\mathrm{A}} + 2mv_1$

反発係数の関係式より

$$\frac{2}{3} = \frac{v_1 - v_{\mathrm{A}}}{v_0}$$

v_{A}を消去して

$$\therefore v_1 = \frac{5}{9}v_0$$

（３）力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2}(2m)v_1{}^2 = \frac{1}{2}(2m)v_2{}^2 + (2m)gh$$

$$v_2 = \sqrt{v_1{}^2 - 2gh}$$

(1)と(2)の式を代入して

$$\therefore\ v_2 = \sqrt{\frac{25}{81}v_0{}^2 - 2gh} = \sqrt{\frac{50FL}{81m} - 2gh}$$

（４）斜面から飛び出した小球Ｂの速度v_2のｘ方向成分とｙ方向成分は

$v_2\cos\theta$，$v_2\sin\theta$となる。

鉛直(y)方向の等加速度直線運動より、

$$0 - (v_2\sin\theta)^2 = 2(-g)(H - h)$$

$$\therefore H = \frac{v_2{}^2\sin^2\theta}{2g} + h$$

（５）小球Ｂが最高点から水平方向に速度$v_2\cos\theta$で投げ出されたとみなすことができる。よって、鉛直方向成分では、自由落下運動となる。

鉛直(y)方向の等加速度直線運動より、

$$v_{2y}{}^2 - 0 = 2g(H - y_0)$$

$v_{2y} < 0$であるから、

$$\therefore\ v_{2y} = -\sqrt{2g(H - y_0)}$$

第 2 問

問 1　求める体積$V_{\mathrm{A0}}[\mathrm{m}^3]$は，シリンダーA 内の気体の状態方程式より，

$$pV_{\mathrm{A0}}=n_{\mathrm{A}}RT$$

となるので,

$$V_{\mathrm{A0}}=\frac{n_{\mathrm{A}}RT}{p}[\mathrm{m}^3]$$

となる.

問 2　単原子分子理想気体なので求める内部エネルギー$U_{\mathrm{B0}}[\mathrm{J}]$とすると

$$U_{\mathrm{B0}}=\frac{3}{2}n_{\mathrm{B}}RT[\mathrm{J}]$$

となる。

問 3　連携したピストンにおける水平方向の力のつり合いを考える。両ピストンの断面積は同じ$S[\mathrm{m}^2]$なので，大気が押す 2 つの力は釣り合っており，さらに 2 つのシリンダー内の気体がピストンを押す力も等しいことから，シリンダーA，B 内の気体の圧力は等しい．よって求めるシリンダーB 内の気体の圧力$p_{\mathrm{B1}}[\mathrm{Pa}]$は,

$$p_{\mathrm{B1}}=p+\Delta p_A$$

となる。

問 4 このときのシリンダーB 内の体積$V_{\mathrm{B1}}[\mathrm{m}^3]$は,

$$p_{\mathrm{B1}}V_{\mathrm{B1}}=n_{\mathrm{B}}RT$$

が成り立つので，問 3 の結果を用いて,

$$(p+\Delta p_{\mathrm{A}})V_{\mathrm{B1}}=n_{\mathrm{B}}RT$$

より,

$$V_{\mathrm{B1}}=\frac{n_{\mathrm{B}}RT}{p+\Delta p_{\mathrm{A}}}[\mathrm{m}^3]$$

となる。

問 5　初期状態のシリンダーB 内の気体の体積を$V_{\mathrm{B0}}[\mathrm{m}^3]$とおくと,

$$pV_{\mathrm{B0}}=n_{\mathrm{B}}RT$$

より

$$V_{\mathrm{B0}}=\frac{n_{\mathrm{B}}RT}{p}$$

となる。一方でピストンが移動してもシリンダーA，B の体積の和は変化しないので，このときのシリンダーA 内の体積をV_{A1}[m^3]と置くと，

$$V_{\mathrm{A0}}+V_{\mathrm{B0}}=V_{\mathrm{A1}}+V_{\mathrm{B1}}\text{・・・・(1)}$$

が成り立つ。ここでシリンダーA 内の気体の温度をT_{A1}[K]とおくと状態方程式より，

$$(p+\Delta p_{\mathrm{A}})V_{\mathrm{A1}}=n_{\mathrm{A}}RT_{\mathrm{A1}}$$

よってこれをV_{A1}について解いて，

$$V_{\mathrm{A1}}=\frac{n_{\mathrm{A}}RT_{\mathrm{A1}}}{p+\Delta p_{\mathrm{A}}}$$

問 1 のV_{A0}，問 4 のV_{B1}，上記のV_{A1}，V_{B0}を(1)式に代入すると

$$\frac{n_{\mathrm{A}}RT}{p}+\frac{n_{\mathrm{B}}RT}{p}=\frac{n_{\mathrm{A}}RT_{\mathrm{A1}}}{p+\Delta p_{\mathrm{A}}}+\frac{n_{\mathrm{B}}RT}{p+\Delta p_{\mathrm{A}}}$$

これを整理して，T_{A1}について解くと

$$\frac{(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})(p+\Delta p_{\mathrm{A}})}{n_{\mathrm{A}}p}T-\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}T=T_{\mathrm{A1}}$$

左辺について整理すると，

$$\frac{n_{\mathrm{A}}p+n_{\mathrm{B}}p+n_{\mathrm{A}}\Delta p_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}}\Delta p_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{A}}p}T-\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}T=\left(1+\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}+\frac{\Delta p_{\mathrm{A}}}{p}+\frac{n_{\mathrm{B}}\Delta p_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{A}}p}\right)T-\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}T$$

$$=\left\{1+\left(1+\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}\right)\frac{\Delta p_{\mathrm{A}}}{p}\right\}T$$

なので，$T_{\mathrm{A1}}=\left\{1+\left(1+\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}\right)\frac{\Delta p_{\mathrm{A}}}{p}\right\}T$[K]

よって，T_{A1}[K]は，T[K]の

$$\left\{1+\left(1+\frac{n_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}}\right)\frac{\Delta p_{\mathrm{A}}}{p}\right\}\text{倍}$$

となる。

第 3 問

(1) 振動数は変わらないので，$v = \lambda' f = 4.0 \times 10^{-7} \times 5.0 \times 10^{14} = 2.0 \times 10^{8}$〔m/s〕

(2) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3.0 \times 10^{8}}{5.0 \times 10^{14}} = 6.0 \times 10^{-7}$〔m〕

(3) $n = \dfrac{c}{v} = \dfrac{3.0 \times 10^{8}}{2.0 \times 10^{8}} = 1.5$

(4) $n' = \dfrac{n_{\mathrm{A}}}{n_{\mathrm{B}}} = \dfrac{v_{\mathrm{B}}}{v_{\mathrm{A}}} = 1.25$

(5) 真空中の波長は $\lambda = n_{\mathrm{A}}\,\lambda_{\mathrm{A}} = 1.5 \times 4.0 \times 10^{-7} = 6.0 \times 10^{-7}$〔m〕．よって，振動数は,

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.0 \times 10^{8}}{6.0 \times 10^{-7}} = 5.0 \times 10^{14} \quad \text{〔Hz〕}$$

第4問 自己インダクタンス L〔H〕のコイル L，電気容量 C〔F〕のコンデンサー C，抵抗値 R〔Ω〕の抵抗 R を角周波数 ω〔rad/s〕の交流電源に接続した回路に関する以下の問いに答えよ。ただし，円周率を π とし，必要であれば次の公式

$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\theta,$$
$$\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\sin\theta,$$
$$A\sin\theta + B\cos\theta = \sqrt{A^2+B^2}\sin(\theta+\alpha) \quad \text{ここで，} \tan\alpha = \frac{B}{A}$$

と，Δt が微小なときに成り立つ近似式

$$\sin\{\omega(t+\Delta t)+\beta\} = \sin(\omega t+\beta) + \omega\Delta t\cos(\omega t+\beta)$$

を用いてもよい。

問1　図1の回路を考える。コイル L に対し，b 点を基準として a 点に振幅 V_1〔V〕の交流電圧 $V = V_1\sin(\omega t+\phi_1)$〔V〕が加わり，図1の矢印の向きを正として振幅 I_1〔A〕の交流電流 $I = I_1\sin(\omega t+\delta_1)$〔A〕が流れているとする。ここで，$\phi_1$〔rad〕，$\delta_1$〔rad〕はそれぞれ時刻 $t=0$ での位相である。以下の文章の空欄に適切な数式を入れよ。

Δt〔s〕を微小時間として，時刻 t〔s〕から $t+\Delta t$〔s〕の間にコイルに流れる電流が I〔A〕から $I+\Delta I$〔A〕へと変化するとき，電流の変化量は $\Delta I = \boxed{\text{ア}} \times\cos(\omega t+\delta_1)$〔A〕と表せる。このとき，b 点を基準とした a 点の電位が $V = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$〔V〕で与えられることを用いれば，$V_1$ と I_1 の間には $V_1 = \boxed{\text{イ}}$〔V〕，ϕ_1 と δ_1 の間には $\phi_1 = \boxed{\text{ウ}}$〔rad〕の関係があることがわかる。

解答例
時刻 t における電流：$I = I_1\sin(\omega t+\delta_1)$
時刻 $t+\Delta t$ における電流：$I+\Delta I = I_1\sin\{\omega(t+\Delta t)+\delta_1\} = I_1\{\sin(\omega t+\delta_1)+\omega\Delta t\cos(\omega t+\delta_1)\}$
したがって，$\Delta I = \boxed{\omega\Delta t I_1}_{\text{ア}} \cos(\omega t+\delta_1)$
b 点を基準にした a 点の電位：$V(=V_1\sin(\omega t+\phi_1)) = L\frac{\Delta I}{\Delta t} = \omega L I_1\cos(\omega t+\delta_1) = \omega L I_1\sin(\omega t+\delta_1+\frac{\pi}{2})$
したがって，$V_1 = \boxed{\omega L I_1}_{\text{イ}}$，$\phi_1 = \boxed{\delta_1+\frac{\pi}{2}}_{\text{ウ}}$。ここで，$\boxed{\delta_1+\frac{\pi}{2}+2n\pi}_{\text{ウ}}$ も正解とする。

問2　図2の回路を考える。コンデンサー C に対し，b 点を基準として a 点に振幅 V_2〔V〕の交流電圧 $V = V_2\sin(\omega t+\phi_2)$〔V〕が加わり，図2の矢印の向きを正として振幅 I_2〔A〕の交流電流 $I = I_2\sin(\omega t+\delta_2)$〔A〕が流れ込んでいるとする。ここで，$\phi_2$〔rad〕，$\delta_2$〔rad〕はそれぞれ時刻 $t=0$ での位相である。以下の文章の空欄に適切な数式を入れよ。

時刻 t〔s〕において，コンデンサーに蓄えられている電気量は $Q = \boxed{\text{エ}} \times\sin(\omega t+\phi_2)$〔C〕である。$\Delta t$〔s〕を微小時間として，時刻 t〔s〕から $t+\Delta t$〔s〕の間にコンデンサーに蓄えられる電気量が Q〔C〕から $Q+\Delta Q$〔C〕に変化するとき，電気量の変化量は $\Delta Q = \boxed{\text{オ}} \times\cos(\omega t+\phi_2)$〔C〕となる。コンデンサーに流れ込む電流は $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$〔A〕と表せるので，$I_2$ と V_2 の間には $I_2 = \boxed{\text{カ}}$〔A〕，δ_2 と ϕ_2 の間には $\delta_2 = \boxed{\text{キ}}$〔rad〕の関係があることがわかる。

解答例
時刻 t における電気量：$Q = \boxed{CV_2}_{\text{エ}} \sin(\omega t+\phi_2)$
時刻 $t+\Delta t$ における電気量：$Q+\Delta Q = CV_2\sin\{\omega(t+\Delta t)+\phi_2\} = CV_2\{\sin(\omega t+\phi_2)+\omega\Delta t\cos(\omega t+\phi_2)\}$
したがって，$\Delta Q = \boxed{\omega C\Delta t V_2}_{\text{オ}} \cos(\omega t+\phi_2)$
コンデンサーに流れ込む電流：$I(=I_2\sin(\omega t+\delta_2)) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \omega CV_2\cos(\omega t+\phi_2) = \omega CV_2\sin(\omega t+\phi_2+\frac{\pi}{2})$
したがって，$I_2 = \boxed{\omega CV_2}_{\text{カ}}$，$\delta_2 = \boxed{\phi_2+\frac{\pi}{2}}_{\text{キ}}$。ここで，$\delta_2 = \boxed{\phi_2+\frac{\pi}{2}+2n\pi}_{\text{キ}}$ も正解とする。

問３　抵抗 R とコイル L を１個ずつ，コンデンサー C を２個用意して，図３に示すように接続し角周波数 ω〔rad/s〕の交流電源に接続したところ，b 点を基準として a 点に振幅 V_3〔V〕の交流電圧 $V = V_3 \sin(\omega t + \phi_3)$〔V〕が加わり，図３の矢印の向きを正として振幅 I_3〔A〕の交流電流 $I = I_3 \sin(\omega t + \delta_3)$〔A〕が流れた。ここで，$\phi_3$〔rad〕，$\delta_3$〔rad〕はそれぞれ時刻 $t = 0$ での位相である。交流電圧 V〔V〕の振幅 V_3〔V〕を ω，I_3，R，L，C を用いて表せ。なお，計算過程も記入せよ。

解答例

２個のコンデンサーの合成電気容量は $C + C = 2C$〔F〕であり，これを１つのコンデンサー C′ と考える。R, L, C′ にかかる電圧は，それぞれ

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{R}} &= RI_3 \sin(\omega t + \delta_3), \\
V_{\mathrm{L}} &= \omega L I_3 \sin\left(\omega t + \delta_3 + \frac{\pi}{2}\right) = \omega L I_3 \cos(\omega t + \delta_3), \\
V_{\mathrm{C'}} &= \frac{I_3}{2\omega C} \sin\left(\omega t + \delta_3 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{I_3}{2\omega C} \cos(\omega t + \delta_3)
\end{aligned}
$$

となる。したがって，b 点を基準とした a 点の電位 V は

$$
\begin{aligned}
V &= V_{\mathrm{R}} + V_{\mathrm{L}} + V_{\mathrm{C'}} \\
&= I_3 \left\{ R \sin(\omega t + \delta_3) + \left(\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right) \cos(\omega t + \delta_3) \right\} \\
&= I_3 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \phi_3), \quad \underbrace{\phi_3 = \delta_3 + \alpha, \quad \tan\alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{R}}_{\text{記述なくても OK}}
\end{aligned}
$$

なので，

$$
V_3 = \underline{I_3 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2}} \text{〔V〕}
$$

である。

［別解（公式を用いる）］この回路のインピーダンス Z〔Ω〕は

$$
Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2}
$$

であるので，

$$
\begin{aligned}
V_3 &= Z_3 I_3 \\
&= \underline{I_3 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2}} \text{〔V〕}
\end{aligned}
$$

である。

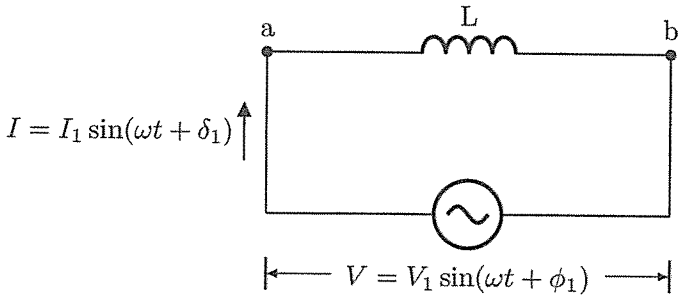
a
L
b
$I = I_1 \sin(\omega t + \delta_1)$
$V = V_1 \sin(\omega t + \phi_1)$

図 1

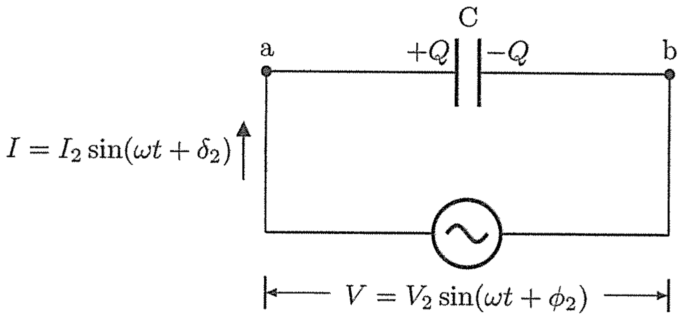
C
a
$+Q$
$-Q$
b
$I = I_2 \sin(\omega t + \delta_2)$
$V = V_2 \sin(\omega t + \phi_2)$

図 2

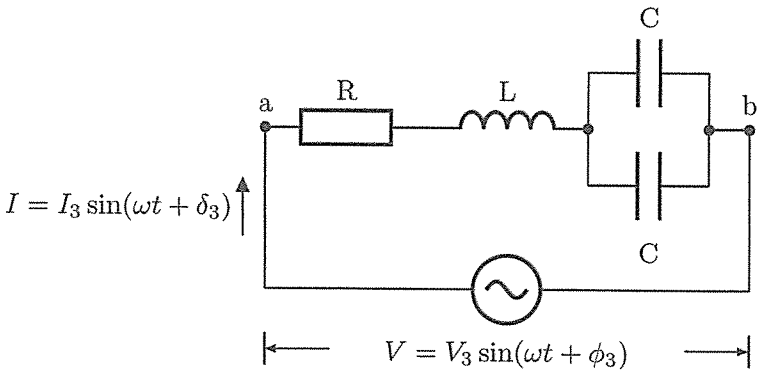
C
a
R
L
b
$I = I_3 \sin(\omega t + \delta_3)$
C
$V = V_3 \sin(\omega t + \phi_3)$

図 3

第５問

問１　$R_1 = \rho \frac{L}{D} [\Omega]$

問２　（１）$F = \frac{EBL}{R_1} [\mathrm{N}]$　（２）$I_1 = \frac{E - v_0 BL}{R_1} [\mathrm{A}]$　（３）$I_2 = \frac{v_0 BL}{R_0 + R_1} [\mathrm{A}]$，$Q = \frac{R_0}{2(R_0 + R_1)} m{v_0}^2 [\mathrm{J}]$

問３　（１）$\tan\theta_0 = \frac{EBL}{mgR_1}$　電池：イ　（２）$v_1 = \frac{(R_0 + R_1) mg \sin\theta_0}{(BL\cos\theta_0)^2} [\mathrm{m/s}]$