

令和5年度

宇都宮大学 共同教育学部 学校推薦型選抜 I (A) 試験問題

小論文

共同教育学部 学校教育教員養成課程 自然科学系 数学分野

令和4年11月23日(水)

9時00分 - 10時45分

[注意事項]

1. 開始の合図があるまで、次のページを開いてはいけません。
2. 「受験番号」は、解答用紙の受験番号欄(2箇所あります)に忘れずに記入してください。
3. 問題は「4問題」(本文2ページ)あります。印刷が不鮮明な箇所がある場合は、申し出てください。
4. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入してください。解答欄は、裏面にもあります。

第 1 問 関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a, b は定数とする。

問 1 $\int_x^{-1} f(t) dt$ を x の多項式で表せ。

問 2 $\int_1^x xf(t) dt$ を x の多項式で表せ。

問 3 すべての実数 x に対し、等式

$$\int_1^x xf(t) dt = \int_x^{-1} f(t) dt + \frac{x^4}{3} + 1$$

が成り立つとき、定数 a, b の値を定めよ。

第 2 問 容器に濃度 7 パーセントの食塩水が 900 グラム入っている。このとき、次の問いに答えよ。

問 1 次の操作 (A) を n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) 繰り返したとき、容器に含まれる食塩の量を a_n グラムとする。

(A) 容器内の食塩水に、濃度 2 パーセントの別の食塩水を 300 グラム加えてかき混ぜる。

このとき、 a_1 および a_2 の値を調べよ。また、 a_n を n の式で表せ。

問 2 次の操作 (B) を n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) 繰り返したとき、容器に含まれる食塩の量を b_n グラムとする。

(B) 容器から食塩水を 300 グラム排出した後、容器内に残った食塩水に水を 300 グラム加えてかき混ぜる。

このとき、 b_1 および b_2 の値を調べよ。また、 b_n を n の式で表せ。

問 3 次の操作 (C) を n 回 ($n = 1, 2, 3, \dots$) 繰り返したとき、容器に含まれる食塩の量を c_n グラムとする。

(C) 容器から食塩水を 300 グラム排出した後、容器内に残った食塩水に濃度 2 パーセントの別の食塩水を 300 グラム加えてかき混ぜる。

このとき、 c_1 および c_2 の値を調べよ。また、 c_n を n の式で表せ。

第3問 座標平面上の3点 O, A, P に対し、 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OP} = \vec{p}$ とおく。ただし、 O は原点で、 $A \neq O$ とする。実数 t に対し

$$f(t) = |t\vec{a} - \vec{p}|$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

問1 $\{f(t)\}^2 = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$ とおくとき、 α, β, γ を \vec{a}, \vec{p} の式で表せ。

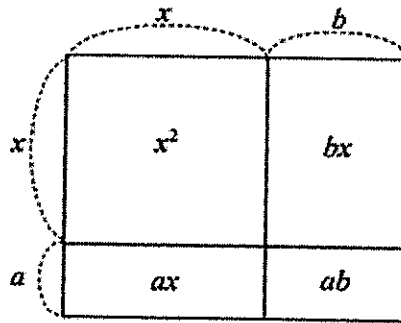
問2 $f(t)$ を最小にするような実数 t の値を t_0 とするとき、 t_0 および $f(t_0)$ を \vec{a}, \vec{p} の式で表せ。

問3 点 A の座標を $(2, 1)$ とし、点 P の座標を (x, y) とする。 t_0 を問2で得られたものとするとき、 $f(t_0) = 0$ を満たす点 P の範囲を座標平面上に図示せよ。

問4 点 A の座標を $(2, 1)$ とし、点 P の座標を (x, y) とする。不等式 $f(t) > \sqrt{5}$ がすべての実数 t に対して成り立つような点 P の範囲を座標平面上に図示せよ。

第4問 次の問いに答えよ。

問1 式の展開公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ は、下の図を使って説明することができる。



次の式の展開公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

を、図を使って説明せよ。

問2 数学の問題解決において、式と図を関連づけて考えることの意義について、あなたの経験を踏まえて400字以内で述べよ。