令和５年度　　前期日程

「理科（物理）」の解答例

第 1 問

問1

上下方向の力のつり合いから，

$F_{1y} + F_{2y} = mg + 2mg = 3mg$ 【答】

問2

点 B を中心とするモーメントのつり合い式は，

$$F_{1y} \cdot L = 2mg \cdot \frac{L}{2} + mg \cdot (L - a)$$

$\therefore\ F_{1y} = mg + mg \cdot (1 - \frac{a}{L})$ $\therefore\ F_{1y} = mg(2 - \frac{a}{L})$ 【答】

問3

点 A を中心とするモーメントのつり合い式は，

$$F_{2y} \cdot L = 2mg \cdot \frac{L}{2} + mg \cdot a$$

$\therefore\ F_{2y} = mg + mg \cdot \frac{a}{L}$ $\therefore\ F_{2y} = mg(1 + \frac{a}{L})$ 【答】

問4 水平方向の力のつり合いから，

$F_{1x} = F_{2x}$

ここで，$F_{1x} = F_{1y}$ $F_{2x} = \frac{F_{2y}}{\sqrt{3}}$ $\therefore\ F_{1y} = \frac{F_{2y}}{\sqrt{3}}$

問 2，問 3 の答えを代入して，$mg\left(2 - \frac{a}{L}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot mg(1 + \frac{a}{L})$

$\therefore\ 2 - \frac{a}{L} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 + \frac{a}{L}\right)$ $\therefore\ 2\sqrt{3}\,L - \sqrt{3}a = L + a$

$\therefore\ a = \frac{2\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}L$ 有理化すると $a = \frac{7-3\sqrt{3}}{2}L$ 【答】

問5

力のつり合いおよびモーメントのつり合いから，

$F_{1y} = F_{1x} = F_{2x} = mg$ $F_{2y} = 2mg$ $\therefore\ \tan\theta = \frac{F_{2y}}{F_{2x}} = 2$ 【答】

第２問

問１　状態１の気体の温度 T_1 [K]を求めよ。

正解

状態方程式：$p_0SL = nRT_1$

$\therefore T_1 = \dfrac{p_0SL}{nR}$

問２　状態２の気体の圧力 p_2 [Pa]および温度 T_2 [K]を求めよ。

正解

ピストンに働く力のつり合い：$p_2S = p_0S + k(2L - L)$

$\therefore p_2 = p_0 + \dfrac{kL}{S}$

状態方程式：$p_2 \cdot 2SL = nRT_2$

$\therefore T_2 = \dfrac{2L(p_0S + kL)}{nR}$

問３　状態１から状態２の過程で気体がピストンにした仕事 W_{12} [J]を求めよ。

正解

大気にした仕事：p_0SL

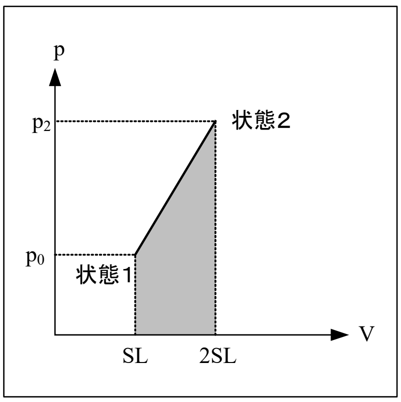
ばねにした仕事：$\frac{1}{2}kL^2$

の和となる。

$\therefore W_{12} = p_0SL + \dfrac{1}{2}kL^2$

（別解）

p-V グラフの面積が気体のした仕事となる。



$\therefore W_{12} = \dfrac{(p_0 + p_2)SL}{2} = \left(2p_0 + \dfrac{kL}{S}\right)SL/2$

問４　状態２から状態３の過程で気体が吸収または放出した熱量 Q_{23} [J]を求めよ。ただし，吸収の場合を正，放出の場合を負として答えよ。また，単原子分子の理想気体における定積モル比熱 C_V [J/(mol·K)]は，$\frac{3}{2}R$とする。

正解

定積変化では、熱力学第一法則：Q=W+ΔU において、W=0 より Q=ΔU となる。

気体が吸収した熱はすべて内部エネルギーの変化となる。

状態３における気体の温度 T_3 とする。

状態方程式：$p_0 2S\mathrm{L} = nRT_3$

$$T_3 = \frac{2p_0 S\mathrm{L}}{nR}$$

求める熱量 Q_{23} は

$$Q_{23} = nC_v\Delta T$$

単原子分子では Cv=3/2R なので，

$$Q_{23} = n\frac{3}{2}R\Delta T = n\frac{3}{2}R(T_3 - T_2)$$

$$= n\frac{3}{2}R\left(\frac{2p_0 S\mathrm{L}}{nR} - \frac{2L\left(p_0 S + kL\right)}{nR}\right)$$

$$= -n\frac{3}{2}R\left(\frac{2kL^2}{nR}\right)$$

$$\therefore Q_{23} = -3kL^2$$

第 3 問

問1　温度 t_0〔°C〕において，音源から出る音波の振動数は f〔Hz〕であった。このとき，音波の周期 T〔s〕および波長λ〔m〕を f，t_0，V_0 から必要なものを用いて表せ。

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{V_0 + 0.6t_0}{f}$$

問2　問 1 の状態から槽内温度を変化し，空気の温度を t_1〔°C〕としたところ，気柱の共鳴が初めて生じた。気柱の長さ L を f，t_0，t_1，V_0 から必要なものを用いて表せ。

空気の温度 t_1〔℃〕における共鳴時の波長λ_1は次式となる。

$$\lambda_1 = \frac{V}{f} = \frac{V_0 + 0.6t_1}{f}$$

したがって、$\lambda_1 = \frac{2L}{m}$, m=1 より

$$L = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{V_0 + 0.6t_1}{2f}$$

問3　空気の温度を $t_1 + \Delta t$〔°C〕とし，音源から出る音波の振動数 f_1〔Hz〕に変化したところ，気柱に基本振動となる定常波(定在波)が生じた。このときの振動数 f_1 を f，t_0，t_1，Δt，V_0 から必要なものを用いて表せ。

共鳴時の波長λ_2は次式となる。

$$\lambda_2 = \frac{V}{f} = \frac{V_0 + 0.6(t_1 + \Delta t)}{f_1}$$

基本振動なので$\lambda_2 = \frac{2L}{m}$, m=1 であり、気柱の長さ L は問 2 と変わらないので

$$L = \frac{\lambda_2}{2} = \frac{V_0 + 0.6(t_1 + \Delta t)}{2f_1} = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{V_0 + 0.6t_1}{2f}$$

$$f_1 = \frac{V_0 + 0.6(t_1 + \Delta t)}{V_0 + 0.6t_1} f$$

問4　問 2 の状態から，槽内の空気をすべて排出し，真空にした。このとき，音の伝わり方と気柱の定常波(定在波)はどのように変化するか，それぞれ説明せよ。

音の伝わり方: 槽内が真空であるため、音波は伝わらない。

定常波の状態: 定常波が生じなくなる。

問5　真空の槽内を 0 °C の気体 X で満たした。音源から出る音波の振動数を変化したところ，気柱が最初に共鳴する振動数は，問 2 における気柱の振動数 f〔Hz〕よりも，2.5 倍以上高かった。このとき，表に示す気体 X から該当するものをすべて答えよ。ただし，温度 t_1 の範囲は，0 °C ≦ t_1 ≦ 50 °C とする。

気体 X で満たされた時の気柱の基本振動時の波長λ_3は、共鳴時の振動数 f_3 とおくと、次式となる。

$$\lambda_3 = \frac{V_x}{f_3}$$

基本振動なので$\lambda_3 = \frac{2L}{m}$, m=1 であり、気柱の長さ L は問 2 と変わらないので

$$L = \frac{\lambda_3}{2} = \frac{V_x}{2f_3} = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{V_0 + 0.6t_1}{2f}$$

$$\frac{f_3}{f} = \frac{V_x}{331.5 + 0.6t_1} \geq 2.5$$

$$\frac{f_3}{f} = V_x \geq 2.5(331.5 + 0.6t_1) = 828.75 + 1.5t_1$$

温度 t_1 の範囲 0 °C ≦ t_1 ≦ 50 °C において、上式を満足する音速を有する気体 X は、ヘリウムと水素となる。

第 4 問

問1　スイッチ S_1 のみを閉じた直後はコンデンサーC_1，C_2 は短絡（抵抗ゼロ）と考えてよいので，

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = 2.5\ \mathrm{mA}$$

問2　スイッチ S_1 を閉じてじゅうぶん時間が経ったとき，コンデンサーC_1，C_2 は解放（抵抗∞）と考えてよいので，

$$I_1' = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = 1.0\ \mathrm{mA}$$

問3　直列接続されたコンデンサーの合成容量なので，

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},\quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2.4\ \mu\mathrm{F}$$

問4　2 つのコンデンサーに蓄えられる電気量は等しい。

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

また，2 つのコンデンサーに加わる電圧は，

$$V = E \times \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 3.0\ \mathrm{V}$$

したがって，問 3 の結果を用いて，

$$Q_1 = Q_2 = Q = CV = 7.2\ \mu\mathrm{C}$$

問5　コンデンサーC_1，C_2 に加わる電圧は，抵抗 R_2，R_3 に加わる電圧 V_{R2}，V_{R3} に等しい。

$$V_{R2} = E \times \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 1.0\ \mathrm{V},\quad V_{R3} = E \times \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 2.0\ \mathrm{V}$$

したがって，

$$Q_1' = C_1 V_{R2} = 6.0\ \mu\mathrm{C},\quad Q_2' = C_2 V_{R3} = 8.0\ \mu\mathrm{C}$$

第５問

① $v_c = \frac{eV}{kL}$

② $I = env_cS$

③ $R = \frac{kL}{e^2nS}$

④ $p_E = \frac{e^2V^2}{kL^2}$

⑤ $P_E = \frac{e^2nSV^2}{kL}$

⑥ $P_E = RI^2$