令和４年（2022年）10月入学／令和５年（2023年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
１．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
２．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目の２科目を課します。
３．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
４．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
５．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和４年10月入学／令和５年４月入学

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 　　幾何光学	専攻・学位プログラム名 　　工農総合科学専攻 　　光工学プログラム

【問１】屈折率 n の樹脂内に表面から距離 d の位置に点光源が封入されている．点光源からは全方向に光が放出され，空気の屈折率を 1，樹脂と空気の界面は平面である．図 1 に示すように，点光源から樹脂表面に下ろした法線方向に z 軸をとる．原点を z 軸上で空気と樹脂の界面に設定し，z 軸上に直交するように樹脂表面上に x 軸をとる．樹脂表面上で原点から距離 r となる位置から空気中に出る光を観察しているとき，次の設問に答えよ．

(1) 角 θ(rad) と角 φ(rad) の間に成立する関係式を示しなさい．
(2) 観察位置が z 軸から遠ざかると光が見えなくなる．光が射出される位置の最大値 $r_{\max}$ を n および d を用いて表しなさい．
(3) 光源の見かけの深さ a を，φ と r を用いて表しなさい．
(4) r が十分小さく，$\sin\theta = \tan\theta, \sin\varphi = \tan\varphi$ の近似が成り立つとき，光源の見かけの深さ a を，d と n を用いて表しなさい．

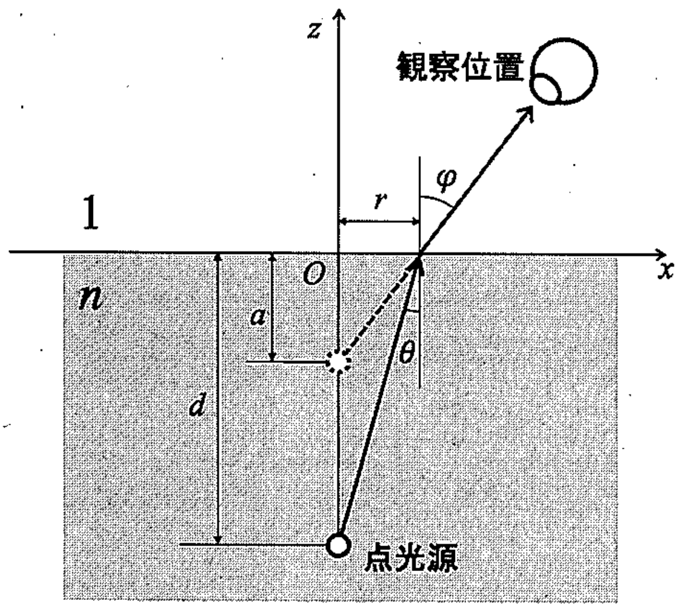


図１

【問２】図２に示すように点焦点距離 150 mm の凸面鏡の表面 A から光軸に沿って 300 mm，光軸に垂直に 9mm の位置にある点光源 P の結像を考える．近軸近似が成り立つとして，以下の問いに答えよ．

(1) 凸面鏡により形成される像は，正立実像，正立虚像，倒立実像，倒立虚像のうちどれか？解答用紙の図に代表的な光線を描いて答えよ．

(2) 点 P の像 P'は凸面鏡の表面 A からから何ミリメートルの位置に形成されるか，求めなさい．

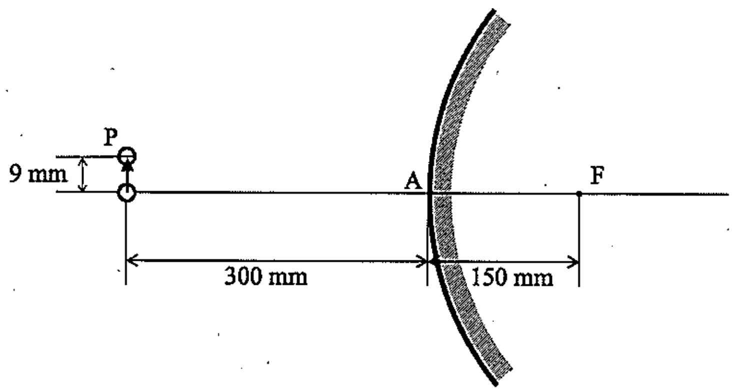


図２

【問３】球面の屈折を考える．球面の曲率中心を C，点光源 P と曲率中心 C を結ぶ直線と境界面の交点を A とする．点光源 P より出た光線が，球面上で屈折した後，光軸を点 P' で横切る．点 A を基準として，左から右に向けて正として各点の間の距離を定義する．近軸近似における球面の結像式

$$-\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n'-n}{r}$$

が成り立つとして，以下の問いに答えよ．

(1) 図 3 に示すように，屈折率が n とn'の媒質が，曲率半径 r の球面で接しているとき，アッベの不変量の式，すなわち，$n\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s}\right)=n'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s'}\right)$が成立することを証明しなさい．

なお，以下の設問において，アッベの不変量の式を用いて良い．

(2) 図 3 において，前側焦点，すなわち，像点が無限遠（$s'=\infty$）となるときの物点の位置 $s=f$ を求めよ．

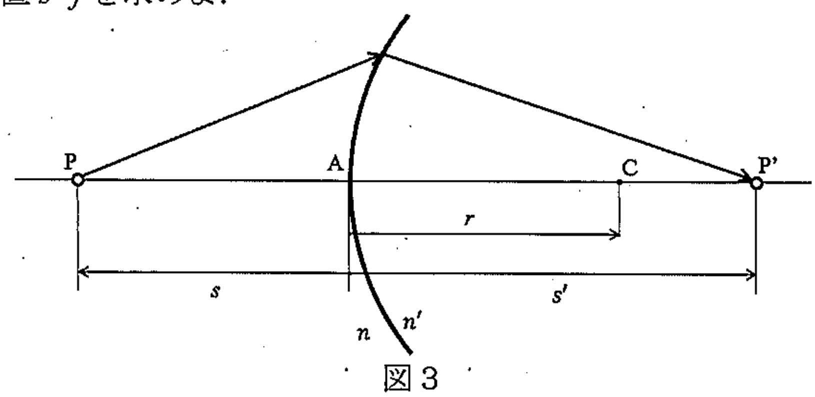


図３

(3) 図４に示されるような屈折率n'の平凸レンズが屈折率１の空気中に置かれている．薄肉レンズとして扱えるとするとき，前側焦点の位置 $s_1=f$ を求めよ．

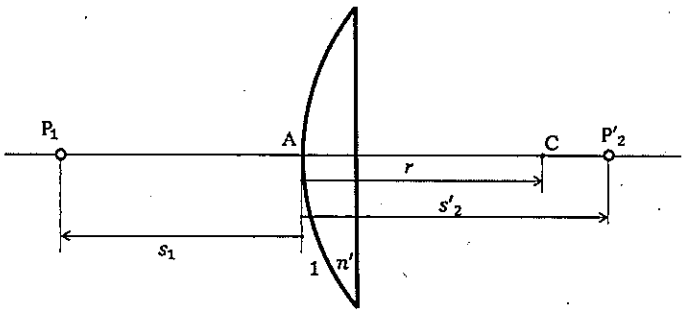


図４

(4) さらに，図５に示されるように平凸レンズの平面側にミラーコーティングを行なったときを考える．光軸に平行に入射した光線が光軸と交わる位置 G' とレンズの間の距離$|g'|$を求めよ．ただし，薄肉レンズとして取り扱えるとしてレンズの厚さを無視できるとする．

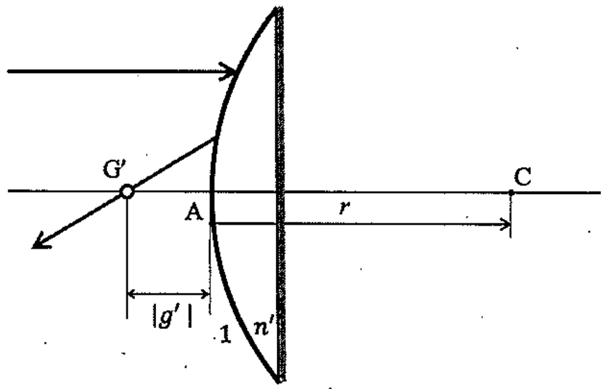


図５

令和４年（2022 年）10 月入学／令和５年（2023 年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

１．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
２．光工学プログラムでは，選択の専門科目「波動光学」と必修の専門科目「幾何光学」の２科目を課します。
３．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
４．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
５．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和４年10月入学／令和５年４月入学

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 波動光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

問題１　図１のような無限多重スリットがある．この多重スリットに z 方向に進む角周波数ωの平面波を垂直入射させたとき，ある時刻において多重スリット上で図２のような振幅分布となった．ここで，xはスリット面と平行な方向，Λはスリットの周期，Wはスリットの幅，mは回折次数，θ_mはm次回折光の回折角，aは入射光の複素振幅，cは光速を表す．また，破線の半円の半径はω/cであり，この半径を長さとした矢印は回折光の波動ベクトルを表す．この多重スリットを通過した光波は周期的であるため，複素フーリエ級数を用いて，

$$u(x,z,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_m(z,t)\exp\left(i\frac{2m\pi}{\Lambda}x\right)$$

$$c_m(z,t)=\frac{1}{\Lambda}\int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2}u(x,z,t)\exp\left(-i\frac{2m\pi}{\Lambda}x\right)\mathrm{d}x$$

という形で書ける．このとき，以下の問いに答えよ．

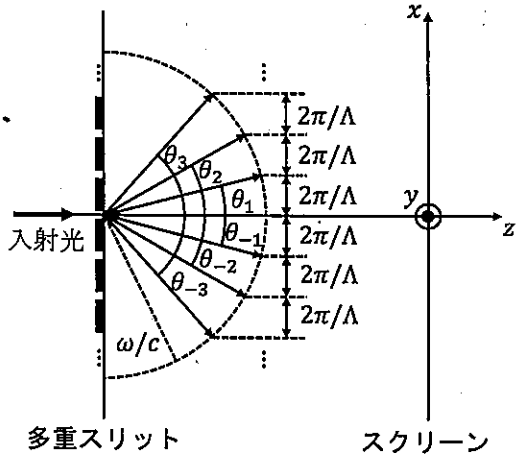


図 1

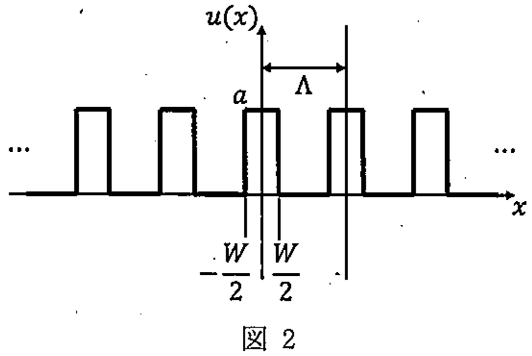


図 2

（1） 波動ベクトルの大きさω/cは何という物理量か答えよ.

（2） 波長λをω，cを用いて表せ.

（3） m次回折光の波動ベクトルのx方向成分$2m\pi/\Lambda$を，波動ベクトルの大きさω/cと回折角θ_mを用いて表せ.

（4） 多重スリット上におけるc_mを求めよ．ただし，$m=0$と$m\neq 0$で場合分けすること.

（5） $W=\Lambda/2$ のとき、入射光強度に対する 1 次回折光強度（1 次回折効率）を求めよ.

（6） $c_m(z,t)=b_m\exp(ik_z z-i\omega t)$という形で表したとき，$u(x,z,t)$を次の波動方程式に代入して k_zを求めよ．ただし，ω，c，m，Λ，θ_mを用いてもよい.

$$\frac{\partial^2 u(x,z,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u(x,z,t)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u(x,z,t)}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,z,t)}{\partial t^2}$$

（7） 多重スリットの周期Λが 10μm であったとき，波長 450nm の光と波長 650nm の光を入射した場合において回折角θ_mが実数となる最大回折次数をそれぞれ求めよ.

（8） 1 次回折光の波動ベクトルのx方向成分が$(\sqrt{3}/2)(\omega/c)$であるとき，多重スリットから距離$d=10\lambda$においたスクリーン上での光強度分布$|u(x,z,t)|^2$を求めよ．ただし，b_mとΛを用いてもよい．また，$b_m=b_{-m}$であるとする.

問題２ 図３の系において，半径Rのしぼりを入れた焦点距離fのレンズに波長λの平面波を入射したとき，スクリーン上で観察されるフレネル回折パターンは,

$$u(x,y)=\frac{1}{i\lambda f}\exp\left(i\frac{2\pi f}{\lambda}\right)\iint_{-\infty}^{\infty}g(\xi,\eta)\exp\left[i\pi\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{\lambda f}\right]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\eta$$

と書ける．ここで$g(\xi,\eta)$は平面波をレンズに入射したあとの複素振幅分布である．この複素振幅分布が

$$g(\xi,\eta)=v(\xi,\eta)\exp\left(-i\pi\frac{\xi^2+\eta^2}{\lambda f}\right)$$

で表せるとき，以下の問いに答えよ.

（1） 変数変換を行うと，スクリーン上でのフレネル回折パターンは

$$u(\nu_x,\nu_y)=\frac{1}{i\lambda f}\exp\left(i\frac{2\pi f}{\lambda}+i\pi\frac{x^2+y^2}{\lambda f}\right)\iint_{-\infty}^{\infty}v(\xi,\eta)\,exp\left[-i2\pi\left(\nu_x\xi+\nu_y\eta\right)\right]d\xi d\eta$$

と書き換えられる．ν_xおよびν_yをx，yを使って表せ.

（2） レンズの有効半径をRとし，その外側の光はフレネル回折パターンに影響しないとすると，スクリーン上でのフレネル回折パターンは,

$$u(r)=A(r)\frac{J_1[2\pi Rr/(\lambda f)]}{2\pi Rr/(\lambda f)}$$

で表せる．ここで$r=\sqrt{x^2+y^2}$は中心軸からの距離であり，$A(r)$は大きさが一定の複素数値関数である．また，$J_1(\pi X)$は1次の第一種ベッセル関数であり，

$$J_1(\pi X)=\frac{\pi X}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi X}{2}\right)^3+\frac{1}{12}\left(\frac{\pi X}{2}\right)^5-\frac{1}{144}\left(\frac{\pi X}{2}\right)^7+\cdots$$

と書ける．$J_1(\pi X)=0$となる最小のXをX_0としたとき，X_0の値を小数点以下第2位まで答えよ．$J_1(\pi X)$の3次の項までの式を用いて求めてもよい．

（3） $u(r)=0$となる最小のrを，スポット半径r_0としたとき，

$$r_0=C\frac{\lambda f}{R}$$

という形で書ける．Cを求めよ．

（4） レンズの有効半径を小さくしたとき，スポット半径r_0は大きくなるか，小さくなるか答えよ．

（5） 入射光の色が赤色の場合と青色の場合では，スポット半径r_0が小さいのはどちらか答えよ．

（6） $f=2R$のとき，λ =400nm の光を入射したときのスポット半径r_0を求めよ．

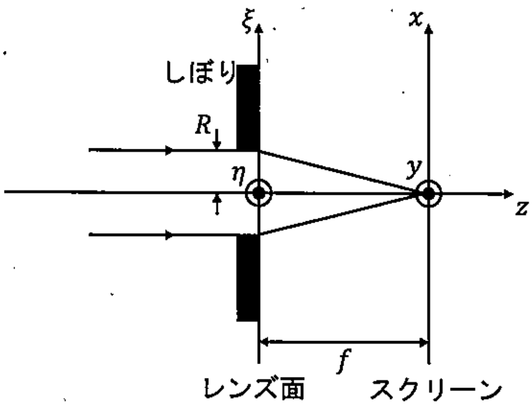


図 3

令和４年（2022年）10月入学／令和５年（2023年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「物理光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，選択の専門科目「物理光学」と必修の専門科目「幾何光学」の２科目を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和4年10月入学／令和5年4月入学

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 物理光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

1 図1は有限遠補正光学系を備えた顕微鏡の模式図である。次の問いに答えよ。計算を行う場合は、途中の計算過程や説明も記述すること。

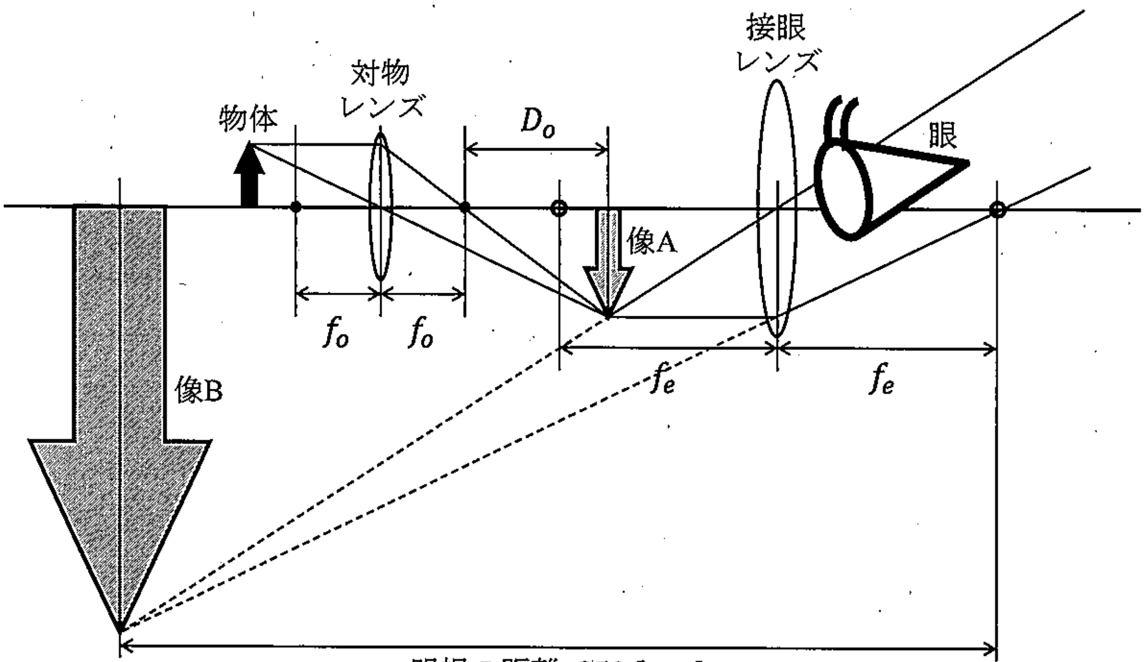


図1

(1) 対物レンズの焦点距離 f_o 、接眼レンズの焦点距離 f_e 、対物レンズの後側焦点から像Aまでの距離 D_o を用いて、対物レンズの横倍率 β_o 、接眼レンズの横倍率 β_e 、顕微鏡全体の倍率 β をそれぞれ求めよ。ただし、明視の距離は 250 [mm] とする。

(2) 対物レンズの後側焦点から像Aまでの距離 D_o は一般に何と呼ばれるか述べよ。

(3) 像A、像Bのうち、スクリーンを置くと像が形成されるものを答えよ。

(4) 対物レンズにて拡大された像Aを得るために必要な、対物レンズと物体との距離の条件について述べよ。

2

デジタル撮像素子を備えた光学顕微鏡の空間分解能には、主に対物レンズの性能と、撮像素子の間隔（ピッチ）が影響することが知られている。次の問いに答えよ。計算を行う場合は、途中の計算過程や説明も記述すること。

(1) 光学顕微鏡を用いて2つの輝点を見分けることができる最小の距離は、レイリーの空間分解能 δ として、以下の式で表すことができる。

$$\delta = \frac{0.61 \times \lambda}{NA}$$

この時、 λ は光の波長、 NA は開口数である。NA を求める式を、観察対象と対物レンズ間の媒質の屈折率 n 、光軸が観察面と交わる点から対物レンズへと光が入射する光線の光軸に対する最大の角度 θ を用いて示せ。

(2) 60倍の対物レンズ ($NA = 0.9$) を備えた光学顕微鏡を用いて、波長500 $[nm]$ の光を発する輝点を観察する場合の空間分解能の理論限界 δ を求めよ。

(3) ある周波数を持つ波型構造を標本化（サンプリング）して再現するためには、その周波数の2倍を超える周波数でサンプリングする必要がある。これは、ナイキスト＝シャノンのサンプリング定理と呼ばれる。この定理から、デジタル撮像素子を用いて光学顕微鏡の像を撮像する場合、撮像素子の間隔（ピッチ）が空間分解能に影響する。60倍の対物レンズ ($NA = 0.9$) を備えた光学顕微鏡について、(2) で求めた空間分解能の理論限界 δ を発揮するための撮像素子間隔を考える。対物レンズから撮像素子までの間に拡大縮小光学系がなかった場合の、撮像素子上における空間分解能の理論限界を求めよ。

(4) (3) で求めた撮像素子上の回折限界と、ナイキスト＝シャノンのサンプリング定理から、(2) で求めた空間分解能の理論限界 δ を発揮するための撮像素子間隔の条件を求めよ。

(5) 撮像素子間隔が 5 [μm] のデジタル撮像素子は、60 倍の対物レンズ ($NA = 0.9$) を用いた場合の空間分解能の理論限界 δ を達成するために十分であるか否か述べよ。ただし、対物レンズから撮像素子までの間に、拡大縮小光学系はないものとする。

3 図２で示すように、光ファイバーは、コアと呼ばれる透明な円柱状の誘電体を、屈折率が異なるクラッドで囲んだ構造となっている。コア内部の光は、クラッドとの境界面で全反射を繰り返してコア内を伝搬する。コアの屈折率を n_1 、クラッドの屈折率を n_2 、コアの端面における光の入射角を θ 、屈折角を θ' とする。次の問いに答えよ。計算を行う場合は、途中の計算過程や説明も記述すること。

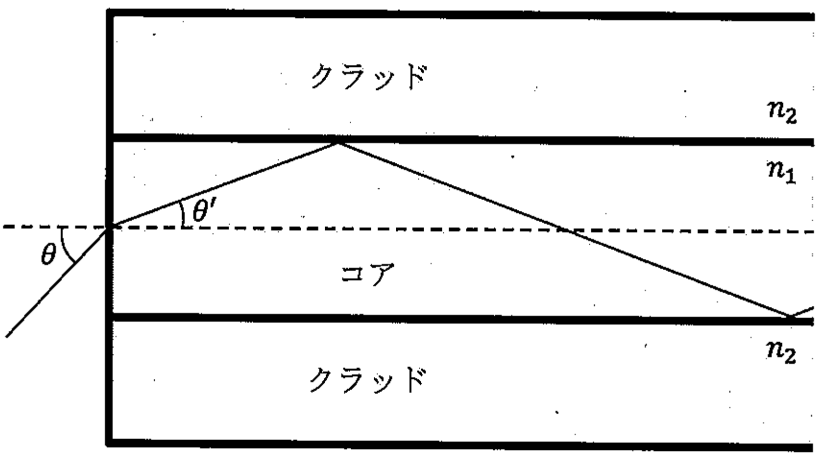


図２

(1) コアの屈折率 n_1 とクラッドの屈折率 n_2 の関係として、以下から正しいものを選べ。

$n_1 > n_2$　　　　$n_1 = n_2$　　　　$n_1 < n_2$

(2) コア端面における光の入射角 θ と屈折角 θ' の関係式を示せ。ただし、光ファイバーは真空中に存在するものとする。

(3) コア内の光がクラッドとの境界面で全反射する角度の条件を、屈折角 θ' 、コアの屈折率 n_1 とクラッドの屈折率 n_2 を用いて示せ。

(4) 異なる屈折率を有する境界面に入射する光が全反射する限界の角度を何というか述べよ。

(5) コア内の光がクラッドとの境界面で全反射するための、コア端面における光の入射角 θ の最大許容角度を、コアの屈折率 n_1 とクラッドの屈折率 n_2 を用いて示せ。

(6) ある光ファイバーについて、コア端面における光の入射角の最大許容角度が 45 [°] 、クラッドの屈折率が 1.44 であるとき、コアの屈折率を求めよ。ただし、解答は小数点以下 1 桁までの概数でよい。

令和４年（2022年）10月入学／令和５年（2023年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「線形代数」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，選択の専門科目「線形代数」と必修の専門科目「幾何光学」の２科目を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和４年10月入学／令和５年４月入学（第１期）

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名	専攻・学位プログラム名
線形代数	工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問 (1), (2) に解答せよ。なお，解答は答えだけでなく，導出過程も明記せよ。

(1) 連立１次方程式

$$\begin{cases} x_1+2x_2+\ x_3+3x_4+3x_5=p \\ 4x_1+3x_2+5x_3+7x_4+2x_5=7 \\ 2x_1-\ x_2+3x_3+\ x_4-4x_5=11 \end{cases}$$

を考える。ただし，p は実数である。この方程式の拡大係数行列を A として，以下の問いに答えよ。

(a) 拡大係数行列 A を求めよ。

(b) 拡大係数行列 A に対して第１列が $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, 第２列が $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ となるように行の基本変形を行い，その結果得られる行列 B を求めよ。

(c) 与えられた連立１次方程式が解を持つ条件を求めよ。

(d) (c) のとき，与えられた連立１次方程式の一般解を求めよ。

(2) ３次正方行列 A を，$A=\begin{pmatrix}3&-9&7\\3&-8&6\\-1&0&2\end{pmatrix}$ と定める。行列 A の負の固有値を λ とし，固有値 λ に属する固有ベクトルを $\boldsymbol{a}$ として，以下の問いに答えよ。

(a) λ の値を求めよ。

(b) 固有ベクトル $\boldsymbol{a}$ を１つ求めよ。

(c) (b) で求めた固有ベクトル $\boldsymbol{a}$ に対し，$A\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$ となるベクトル $\boldsymbol{b}$ を１つ求めよ。

(d) (c) で求めたベクトル $\boldsymbol{b}$ に対し，$A\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}$ をみたすベクトル $\boldsymbol{c}$ が存在するかどうかを調べよ。

(e) (b) で求めた $\boldsymbol{a}$ と (c) で求めた $\boldsymbol{b}$ を用いて $B=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a} & \boldsymbol{b}\end{pmatrix}$ で行列 B を定義する。$AB=BC$ となる行列 C を求めよ。

令和４年（2022年）10月入学／令和５年（2023年）４月入学（第１期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「計算機システム」

試験開始前に以下をよく読んでください。

【注意事項】

1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，選択の専門科目「計算機システム」と必修の専門科目「幾何光学」の２科目を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和４年10月入学／令和５年４月入学

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 計算機システム	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

次の設問（１），（２）に解答せよ。

（１）計算機システムに関する以下の (a) ～ (c) の問いに答えよ。

(a) 数の表現に関する以下の問いに答えよ。なお，計算過程も示すこと。

1) 10 進数 $(57.5625)_{10}$ を 4 進数に変換せよ。

2) 4 進数の乗算 $(132)_4 \times (212)_4$ の計算を 4 進数での筆算を用いて計算せよ。計算結果も 4 進数で答えよ。

3) 16 進数 $(EB.7)_{16}$ を 8 進数に変換せよ。

4) 10 進数 $(-22)_{10}$ を 2 の補数表現を用いた 8 ビット 2 進数に変換せよ。

5) 2 の補数表現の 2 進数 $(10000001)_2$ を 10 進数に変換せよ。

6) 10 進数 $(-25)_{10}$ を浮動小数点形式の 2 進数に変換せよ。ただし，この 2 進数は左から，符号部 1 ビット（非負：0, 負：1)，指数部 4 ビット，仮数部 8 ビットとし，指数部は，バイアス 8 のげた履き表現（8 増しコード）とする。なお，仮数部の表現は絶対値表示とし，ケチ表現 (hidden bit) を使用すること。

7) 浮動小数点形式の 2 進数 $(0\ 0111\ 11100000)_2$ を 10 進数に変換せよ。ただし，この 2 進数は左から，符号部 1 ビット（非負：0, 負：1)，指数部 4 ビット，仮数部 8 ビットとし，指数部は，バイアス 8 のげた履き表現とする。なお，仮数部の表現は，絶対値表示でありケチ表現を使用していない。

（次ページへ続く）

(b) 仮想記憶方式に関する以下の問いに答えよ。

1) 仮想記憶方式について説明せよ。ただし，「OS」「主記憶」「補助記憶装置」の 3 つの用語を用いること。

2) スラッシングとはどのような現象かを説明せよ。

3) 仮想記憶管理におけるページ置換アルゴリズムに FIFO (First In First Out) 方式がある。FIFO 方式の仮想記憶管理システムにおいて，ページ参照列 3, 1, 4, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 4 の順に処理をしたとき，ページインとページアウトはそれぞれ何回発生するかを求めよ。ただし，主記憶のページ枠数を 3 とし，初期状態では主記憶ページには何も読み込まれていないものとする。

(c) 「手続き型言語」，「オブジェクト指向型言語」に属するプログラミング言語をそれぞれ 2 つずつ挙げよ。

（次ページへ続く）

（2）コンピュータの記憶装置に関する以下の(a)～(j)の問いに答えよ。

(a) 理想的な記憶装置とはどのようなものであるかを，アクセス時間，容量，ビット単価の３つの観点から述べよ。

(b) 記憶装置においてメモリ素子の選択にあたっては，可変性，揮発性，永続性の 3 つの性質を考慮する必要がある。それぞれどういう性質であるかを説明せよ。

(c) ROM，SRAM，DRAM とはそれぞれどのようなメモリ素子であるかを説明せよ。

(d) (c) の３つのメモリのうち，可変性と揮発性があり，永続性がないものを答えよ。

(e) SRAM と DRAM を比較して，アクセス時間が短いのはどちらであるかを答えよ。また，ビット単価が安価であるのはどちらであるかを答えよ。

(f) キャッシュメモリとはどのようなものであるかを説明せよ。また，キャッシュメモリには SRAM と DRAM のいずれが使用されることが多いかを答えよ。

(g) 主記憶とキャッシュメモリを組み合わせた記憶装置の平均アクセス時間 T は以下の式で表すことができる。

$$T = T_C + (1 - \alpha) \times T_M$$

この式において，T_C，T_M，α はそれぞれ何を表すかを答えよ。また，T_C と T_M の大小関係を答えよ。

(h) (g) において，平均アクセス時間 T を短くするためには，どうすればよいかを述べよ。ただし，使用するメモリ素子やメモリの容量は変えないものとする。

(i) キャッシュメモリと主記憶を組み合わせた記憶装置のビット単価を考える。キャッシュメモリのビット単価を C_C，主記憶のビット単価を C_M とする。また，キャッシュメモリの容量を B_C，主記憶の容量を B_M とする。このとき，全体の平均ビット単価 C を C_C，C_M，B_C，B_M を使って示せ。

(j) (i) において，キャッシュメモリのビット単価が主記憶のビット単価の 10 倍であったとする。キャッシュメモリの容量を主記憶の容量の 100 分の 1 にする場合，全体の平均ビット単価が主記憶のビット単価の何倍になるかを答えよ。ただし，途中の計算過程を示し，有効数字 3 桁で示すこと。

令和５年４月入学（第２期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「幾何光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
1．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
2．光工学プログラムでは，必修の専門科目「幾何光学」と選択の専門科目の２科目を課します。
3．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
4．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
5．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和５年４月入学（第２期）

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 幾何光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

問題１　下記の文章を読み、正しければ○、間違っていれば×を記しなさい。

（ア）　平凸レンズに平行光を入射する場合、平面側を像点側に向けると収差を小さく抑えることができる。

（イ）　部屋を暗くしていっても、テーブルの上の花の色は同じに見える。

（ウ）　近視眼の補正には、凹レンズの眼鏡を使う。

（エ）　一般的な光学ガラスでは、赤色の波長よりも青色の波長に対する屈折率の方が大きい。

（オ）　平面鏡をθ回転させると、反射光線は、2θだけ偏向する。

問題２　下線に当てはまる適切な語句を選択肢の中から選び記号を記しなさい。

①　厚肉レンズにおいて、主点を通り光軸に垂直な平面を＿＿＿＿という。
a. 焦平面　b. 結像面　c. 物体面　d. 主平面　e. ガウス平面

②　レンズ光学系において、像が無限遠に結ばれているときの物点の位置を＿＿＿＿という。
a. 前側主点　b. 後側主点　c. 前側焦点　d. 後側焦点　e. 面頂点

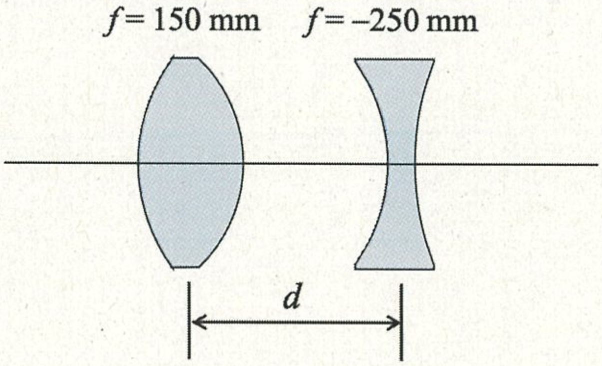
③　レンズの屈折力は、メートル単位で測定した焦点距離の逆数をとって表し、単位を＿＿＿＿とよぶ。
a. ジオプター　b. カンデラ　c. ルクス　d. ニュートン　e. アッベ

④　レンズを構成する物質の屈折率分散の影響によって生じる収差を＿＿＿＿とよぶ。
a. 球面収差　b. コマ収差　c. 非点収差　d. 色収差　e. 歪曲

⑤　照らされている側の光の強さを表す＿＿＿＿は、単位面積あたりに入射する光束の量として定義される。
a. 放射束　b. 光度　c. 輝度　d. 照度　e. 明度

問題３　焦点距離が不明の凸レンズがある。このレンズで像を結ばせたところ、後側焦点の後方（レンズから遠ざかる方向）25 mm のところに横倍率 –1/4 の実像が形成された。このレンズの焦点距離を求めなさい。ただし導出過程を記載すること。

問題４　下図のように焦点距離 150 mm の薄肉凸レンズと焦点距離 –250 mm の薄肉凹レンズを距離 d だけ離して配置した。光線は左から右に進むとして下記の問いに答えなさい。



（1）２つのレンズを密着させ、距離 d をゼロとした時のこのレンズ系の合成焦点距離を求めなさい。

（2）凸レンズに平行光を入射すると、凹レンズの後方（右側）250 mm の位置に明るい像を結んだ。一方で、凸レンズの前方（左側）330 mm の位置に点光源を置くと、凹レンズから平行光が射出された。これらの実験事実からレンズ間の距離 d を求めなさい。ただし導出過程を記載すること。

（3）（2）のレンズ間隔を保ったまま、点光源の位置を凸レンズの前方（左側）450 mm の位置に移動した。この時、像点は凹レンズの位置から測って後方何 mm のところに現れるか。ただし導出過程を記載すること。

令和５年４月入学（第２期）
地域創生科学研究科修士課程
入学試験問題

工農総合科学専攻・光工学プログラム
専門科目問題冊子

【専門科目】
「波動光学」

試験開始前に以下をよく読んでください。
【注意事項】
１．試験開始の合図があるまで問題冊子の中を見てはいけません。
２．光工学プログラムでは，選択の専門科目「波動光学」と必修の専門科目「幾何光学」の２科目を課します。
３．答案は試験問題ごとに別の解答用紙を用い，それぞれに受験番号を記入してください。
４．外国人留学生特別選抜の受験者は，日本語・母語辞書（電子辞書・翻訳機等は除く）を使用することができます。
５．試験終了後，解答用紙は全て回収します。試験問題は持ち帰ってください。

令和５年４月入学（第２期）

地域創生科学研究科博士前期課程入学試験問題

科目名 波動光学	専攻・学位プログラム名 工農総合科学専攻 光工学プログラム

問１． 光波に関する以下の文章中の空欄を埋め，文章を完成させよ。

z 方向に速度 v で進む光波の変位を u とすると，次の波動方程式を満たす。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

この方程式の解は，振幅A，初期位相 ϕ，定数Cを用いて，次のように表される。

$$u(z,t)=A\cos\{C(z-vt)+\phi\} \tag{2}$$

ここで，光波の波長をλとすると，１波長で位相が2π変化するので，$C=$[ア]となる。

また，光波の周期Tの逆数を周波数νと呼び，$v=$[イ]の関係がある。これより，

$$u(z,t)=A\cos(kz-\omega t+\phi) \tag{3}$$

と書ける。ここで，$k=C=$[ア]を波数と呼び，$\omega=Cv=$[ウ]を角周波数と呼ぶ。

一方，複素平面では，次の関係がある。

$$\exp(i\theta)=[エ]+i[オ] \tag{4}$$

これより

$$u(z,t)=\mathrm{Re}[A\exp i(kz-\omega t+\phi)] \tag{5}$$

と書ける。もしくは，単に，

$$u(z,t)=A\exp i(kz-\omega t+\phi) \tag{6}$$

と書き，これを複素振幅と呼ぶ。

ここで，進行方向を$\vec{k}=(k_x,k_y,k_z)$（但し，$k^2={k_x}^2+{k_y}^2+{k_z}^2$を満たす）とする平面波を考えると，位置ベクトル$\vec{r}=(x,y,z)$における変位は

$$u(x,y,z,t)=A\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t) \tag{7}$$

と表される。（但し，初期位相 ϕは０とした。）

今，xy 平面内で，x 軸と $\pm\theta$の角度で交わるように進む二つの光波の重ね合わせを考える。この時，$\overrightarrow{k_1}=(k[カ],k[キ],0)$，$\overrightarrow{k_2}=(k[カ],-k[キ],0)$となるので，重なった光波の変位は

$$u(x,y,t)=A\exp i(\overrightarrow{k_1}\cdot\vec{r}-\omega t)+A\exp i(\overrightarrow{k_2}\cdot\vec{r}-\omega t) \tag{8}$$

と表され，

$$
\begin{aligned}
u(x,y,t) &= A\exp i\left(kx[\text{カ}] + ky[\text{キ}] - \omega t\right) + A\exp i\left(kx[\text{カ}] - ky[\text{キ}] - \omega t\right)\\
&= A\exp i\left(kx[\text{カ}] - \omega t\right)\cdot \exp i\left(ky[\text{キ}]\right) + A\exp i\left(kx[\text{カ}] - \omega t\right)\cdot \exp i\left(-ky[\text{キ}]\right)\\
&= A\exp i\left(kx[\text{カ}] - \omega t\right)\cdot\left\{\exp i\left(ky[\text{キ}]\right) + \exp i\left(-ky[\text{キ}]\right)\right\}\\
&= A\exp i\left(kx[\text{カ}] - \omega t\right)\cdot\left\{\cos\left(ky[\text{キ}]\right) + \cos\left(-ky[\text{キ}]\right)\right\}\\
&= 2A\cos\left(ky[\text{キ}]\right)\cdot \exp i\left(kx[\text{カ}] - \omega t\right) \qquad (9)
\end{aligned}
$$

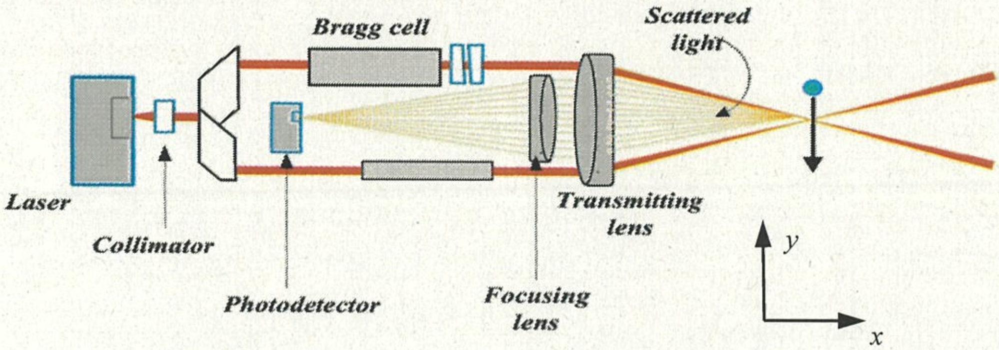
となり，y 方向には定在波になっており，x 方向に波数が[ケ]で進む波になっている。

この波の強度は，

$$
I = |u(x,y,t)|^2 = 4A^2\cos^2\left(ky[\text{キ}]\right) = 2A^2\left\{1+\cos\left(2ky[\text{キ}]\right)\right\} \qquad (10)
$$

となり，y 軸に垂直な等間隔の縞模様の分布で，最大強度は[コ]であり，最小は[サ]である。

問２．　下図はレーザードップラー流速計の原理図である。１本のレーザー光をビームスプリッターで２本に分離させた後，xy 平面内で x 軸と $\pm\theta$ の角度で交差させると，２本のレーザー光が交わる部分には等間隔の定在波が形成される。この部分を微粒子が y 方向に速度 v で通過すると，定在波の強度分布に従って周波数 f で明滅する。この明滅をフォトディテクターで観測し，周波数 f を計測することによって，微粒子群の速度を計測することが可能となる。



１．今，周波数 $f = 2.0\ \mathrm{MHz}$ が観測された。この時の微粒子群の速度 v を求めよ。但し，レーザー光の波長は 532 nm，レーザー光と x 軸のなす角 θ は 10 度とする。必要ならば，$\sin 10° = 0.1736$, $\sin 20° = 0.3420$ を用いても良い。

２．レーザードップラー流速計は，光の明滅の周波数を観測することで，粒子群の速度を計測する手法であるため，粒子群の速度の絶対値は分かるが，速度の正負は区別が付かない。速度が正負両方の値を取る流れ場を計測しようとした場合，どのような工夫が有効であるかを考えよ。