平成30年度

宇都宮大学 教育学部 推薦入試Ⅰ（A）試験問題

小　論　文

教育学部 学校教育教員養成課程 教科理系 数学分野

平成29年11月22日（水）

9時00分 – 10時45分

[注　意]

1. 開始の合図があるまで，次のページを開いてはいけません。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄（2箇所あります）に忘れずに記入してください。
3. 問題は「4問題」（本文2ページ）あります。印刷が不鮮明な箇所がある場合は，申し出てください。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入してください。解答欄は，裏面にもあります。

第 1 問 曲線 $y=f(x)$ は点 $(1,\ 0)$ を通り，この曲線上の点 $(x,\ y)$ における接線の傾きは $2x+1$ である。このとき，次の問いに答えよ。

問 1 関数 $f(x)$ を求めよ。

問 2 直線 $y=x+2$ と曲線 $y=f(x)$ の交点の座標を求めよ。

問 3 $-2<t<2$ とする。3 点 $\mathrm{A}(2,\ 4)$, $\mathrm{P}(t,\ t+2)$, $\mathrm{Q}(t,\ f(t))$ を頂点とする三角形の面積を $S(t)$ とするとき，$S(t)$ を t の式で表せ。

問 4 $-2<t<2$ とする。問 3 で定めた $S(t)$ の最大値を求めよ。

第 2 問 次の問いに答えよ。

問 1 $|a|<1,\ |b|<1$ とするとき，不等式 $a+b-ab<1$ を証明せよ。

問 2 $|a|<1,\ |b|<1,\ |c|<1$ とするとき，不等式 $a+b+c-abc<2$ を証明せよ。このとき，問 1 の結果を用いてもよい。

問 3 $|a|<1,\ |b|<1,\ |c|<1,\ |d|<1$ とするとき，不等式 $a+b+c+d-abcd<3$ を証明せよ。このとき，問 2 の結果を用いてもよい。

問 4 問 1，問 2，問 3 から類推して，証明問題を 1 つ作り，それを証明せよ。このとき，問 1，問 2，問 3 の結果を用いてもよい。

第 3 問 座標平面上の $\triangle$OAB について，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a} = (a_1, a_2)$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b} = (b_1, b_2)$ とするとき，次の問いに答えよ。

問 1 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ とする。実数 s, t が条件 $s+t=2,\ s \geqq 0,\ t \geqq 0$ をみたしながら動くとき，点 P の存在範囲を図示せよ。

問 2 辺 OA を 2 : 1 に内分する点を D，辺 OB の中点を E とし，線分 AE，BD の交点を Q とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

問 3 辺 AB の中点を M とするとき，$\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 = 2\left(\mathrm{OM}^2 + \mathrm{BM}^2\right)$ を証明せよ。

問 4 $\triangle$OAB の面積を S とするとき

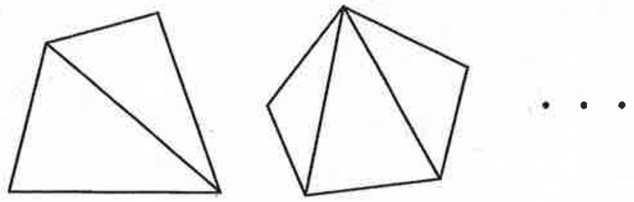
$$S = \frac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{a}\right|^2\left|\overrightarrow{b}\right|^2 - \left(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\right)^2} = \frac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|$$

であることを示せ。

第 4 問 次の問いに答えよ。

問 1 A くんは，n 角形の内角の和の求め方を，次のように考えた。

n 角形を，1つの頂点から出る対角線で，いくつかの三角形に分けて考えた。



A くんとは別の方法を考え，n 角形の内角の和の求め方を説明せよ。

問 2 数学の授業の中で，別解を考えることの意義について，あなたの経験を踏まえて600字以内で述べよ。