平成 28 年度入学者選抜学力検査問題 前期日程

9 時 00 分 —— 10 時 30 分 **地域デザイン科学部志願者**
コミュニティデザイン学科を志願し数学を選択した者

9 時 00 分 —— 11 時 00 分 **地域デザイン科学部志願者**
建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科を志願した者

9 時 00 分 —— 10 時 30 分 **教育学部志願者**
学校教育・特別支援教育系を志願し数学を選択した者
教科文系を志願し数学を選択した者
教科理系を志願した者

9 時 00 分 —— 11 時 00 分 **工学部志願者**
機械システム工学科，電気電子工学科，情報工学科を志願した者

9 時 00 分 —— 11 時 00 分 **農学部志願者**
生物資源科学科，農業環境工学科，農業経済学科，森林科学科を志願し数学を選択した者

数　学 （本文 3 ページ）

〔注意〕

1. 検査開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 「受験番号」は，解答用紙の受験番号欄に忘れずに記入すること。
3. この問題冊子には，「6 問題」ある。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は，申し出ること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。解答欄は裏面にもある。
5. **地域デザイン科学部**「コミュニティデザイン学科」の志願者は，第 1，2，3，4 問の問題を，「建築都市デザイン学科，社会基盤デザイン学科」の志願者は，第 1，2，3，5，6 問の問題を解答すること。
6. **教育学部**志願者は，第 1，2，3，4 問の問題を解答すること。
7. **工学部**志願者は，第 1，2，3，5，6 問の問題を解答すること。
8. **農学部**志願者は，第 1，2，3，4，6 問の問題を解答すること。
9. 計算用紙は別に配付しないので，問題冊子の余白を使うこと。

第 1 問 p, q を正の整数とする。数字 0 の書かれた p 枚のカードと，数字 1 の書かれた q 枚のカードを横一列に並べて得られる 0 と 1 からなる $(p+q)$ 個の数字の列を考える。このような列 X に対して，$1 \leqq i < j \leqq p+q$ かつ，左から i 番目のカードの数字が 1 であり，左から j 番目のカードの数字が 0 であるような正の整数の対 (i, j) の個数を $f(X)$ とおく。このとき，次の問いに答えよ。

問 1　$p = 3, q = 1, X = (1, 0, 0, 0)$ のとき，$f(X)$ を求めよ。

問 2　$p = 2, q = 2$ のとき，得られる列 X をすべて求め，そのときの $f(X)$ の値を求めよ。

問 3　$f(X)$ の最大値を p, q を用いて表せ。

第 2 問 平面上に $\mathrm{OA} = 4, \mathrm{AB} = 9, \mathrm{OB} = 7$ となるような $\triangle\mathrm{OAB}$ があり，$\angle\mathrm{AOB}$ の二等分線と辺 AB の交点を C とする。このとき，次の問いに答えよ。

問 1　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

問 2　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と $k\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が平行になるような実数 k を求めよ。

問 3　問 2 の結果を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

問 4　$\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right|$ の値を求めよ。

第 3 問 初項 a，公差 d の等差数列 $a_n = a + (n-1)d$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ について，次の問いに答えよ。

問 1 $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおく。S_7 と S_{11} を，それぞれ a と d の式で表せ。

問 2 $T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k)^2$ とおく。T_{11} を a と d の式で表せ。

問 3 $S_7 = 0$ かつ $(S_{11})^2 - T_{11} = 440$ のとき，a と d の値を求めよ。

第 4 問 a を $0 < a < 1$ である実数とする。座標平面において，直線 $y = a$ と x 軸および2直線 $x = a$, $x = 1$ で囲まれた部分を D_1 とし，曲線 $y = (x-1)^2 + 1$ と直線 $y = a$ および2直線 $x = 0$, $x = a$ で囲まれた部分を D_2 とする。このとき，次の問いに答えよ。

問 1 座標平面に D_1 と D_2 を図示せよ。

問 2 D_1 の面積 S_1 を a の式で表せ。

問 3 D_2 の面積 S_2 を a の式で表せ。

問 4 $S = S_1 + S_2$ とするとき，S を最大にする a の値を求めよ。

第 5 問 座標平面上の曲線 $y^2 - 2x - 2 = 0$ と直線 $x + y = \dfrac{1}{2}$ で囲まれた図形を D とする。このとき，次の問いに答えよ。

問 1 座標平面に D を図示せよ。

問 2 D の面積を求めよ。

問 3 点 $\mathrm{P}(x, y)$ が D の内部および境界線上を動くとき，$3x + 2y$ の値がとりうる範囲を求めよ。

第 6 問 座標平面上の曲線 C: $y = \sin \pi x \left(0 < x < \dfrac{1}{2}\right)$ の上に点 $\mathrm{P}(a, \sin \pi a)$ をとる。点 P における C の接線と法線をそれぞれ l, m とする。l と y 軸の交点を $\mathrm{Q}(0, q)$，m と x 軸の交点を $\mathrm{R}(r, 0)$ とし，点 P から y 軸に下ろした垂線の足を H とする。このとき，次の問いに答えよ。

問 1 接線 l の方程式を求め，q を a を用いて表せ。

問 2 法線 m の方程式を求め，r を a を用いて表せ。

問 3 曲線 C, 直線 m, および x 軸によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。$S(a)$ を a を用いて表せ。

問 4 $\triangle \mathrm{PQH}$ の面積を $T(a)$ とする。極限値 $\displaystyle\lim_{a \to 0} \frac{S(a)}{T(a)}$ を求めよ。